

**Titre:** Étude des performances de solveurs déterministes sur un cœur  
rapide à caloporteur sodium  
Title: rapide à caloporteur sodium

**Auteur:** Charlotte Bay  
Author:

**Date:** 2013

**Type:** Mémoire ou thèse / Dissertation or Thesis

**Référence:** Bay, C. (2013). Étude des performances de solveurs déterministes sur un cœur  
rapide à caloporteur sodium [Mémoire de maîtrise, École Polytechnique de  
Montréal]. PolyPublie. <https://publications.polymtl.ca/1276/>  
Citation:

 **Document en libre accès dans PolyPublie**  
Open Access document in PolyPublie

**URL de PolyPublie:** <https://publications.polymtl.ca/1276/>  
PolyPublie URL:

**Directeurs de  
recherche:** Alain Hébert, & Jean-François Vidal  
Advisors:

**Programme:** Génie énergétique  
Program:

UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉTUDE DES PERFORMANCES DE SOLVEURS DÉTERMINISTES SUR UN CŒUR  
RAPIDE À CALOPORTEUR SODIUM

CHARLOTTE BAY  
DÉPARTEMENT DE GÉNIE PHYSIQUE  
ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

MÉMOIRE PRÉSENTÉ EN VUE DE L'OBTENTION  
DU DIPLÔME DE MAÎTRISE ÈS SCIENCES APPLIQUÉES  
(GÉNIE ÉNERGÉTIQUE)  
DÉCEMBRE 2013



UNIVERSITÉ DE MONTRÉAL

ÉCOLE POLYTECHNIQUE DE MONTRÉAL

Ce mémoire intitulé :

ÉTUDE DES PERFORMANCES DE SOLVEURS DÉTERMINISTES SUR UN CŒUR  
RAPIDE À CALOPORTEUR SODIUM

présenté par : BAY Charlotte

en vue de l'obtention du diplôme de : Maîtrise ès sciences appliquées

a été dûment accepté par le jury d'examen constitué de :

M. KOCLAS Jean, Ph.D., président

M. HÉBERT Alain, Doct., membre et directeur de recherche

M. VIDAL Jean-François, Ph.D., membre et codirecteur de recherche

M. RIMPAULT Gérald, Ph.D., membre

*À mon père.*

## REMERCIEMENTS

Je souhaite dans un premier temps remercier mon professeur et directeur Alain Hébert, grâce à qui toute cette étude, ainsi que le stage associé, ont été rendu possibles. Je le remercie pour sa grande disponibilité et son aide devant les nombreuses questions qui se sont présentées à moi.

Je tiens également à remercier toutes les personnes avec qui j'ai eu la chance de travailler au CEA, en particulier mon tuteur Jean-François Vidal, et Gérard Rimpault, ainsi que Cyrille de Saint-Jean, Jean-Marc Palau, Yannick Penelieu, Jean Tommasi, Pascal Archier, ma collègue de bureau Bénédicte Roque, et de manière générale tout le personnel du LEPh et du LEDC. Leur aide quotidienne m'a été précieuse, et notre travail en équipe m'a beaucoup apporté au plan professionnel. J'adresse également mes plus chaleureuses pensées à tous les thésards, anciens ou nouveaux, qui m'ont fait passer 6 mois des plus agréables en leur compagnie.

Mes remerciements s'adressent aussi à ma responsable d'option à l'École des Mines de Nantes, Lydie Giot, pour la réalisation du partenariat avec l'École Polytechnique de Montréal, sa disponibilité à toutes épreuves, ainsi que ses conseils toujours avisés.

Enfin je tiens à remercier ma famille et mes proches, pour m'avoir soutenue et encouragée tout au long de mon parcours.

## RÉSUMÉ

Les réacteurs de génération IV, et en particulier les RNR-Na, représentent un nouveau challenge pour les outils numériques utilisés à l'heure actuelle. Ces solveurs ont été conçus pour les réacteurs thermiques avant tout, et il n'est pas évident que leurs capacités soient suffisantes pour l'étude de réacteurs rapides. En effet, ces nouveaux concepts de cœur ont un design différent de leurs prédécesseurs, et possèdent des mécanismes pouvant représenter un écueil pour les méthodes classiques. En particulier, la vidange du plénum sodium situé au-dessus de la zone combustible induit un milieu presque vide, et les sections efficaces associées peuvent conduire à des problèmes de convergence numérique. Il faut donc s'assurer de la validité des solveurs déterministes, et déterminer leurs éventuelles insuffisances.

Cette étude ayant été réalisée dans le cadre d'un stage au CEA, à l'initiative de l'IGN de l'EPM, les codes étudiés sont DRAGON/DONJON, ERANOS, PARIS, et APOLLO3. Leur précision a été évaluée par rapport à une référence Monte Carlo calculée avec le code TRIPOLI4. Une telle comparaison transverse est relativement inédite, et permet d'avoir une vue d'ensemble de performance des principaux solveurs cœur utilisés à l'heure actuelle.

L'étude présentée ici se limite à l'aspect calcul de cœur, essentiellement sur les performances des méthodes numériques, d'un point de vue précision et rapidité. Il n'est pas question ici des données nucléaires ou d'autres points concernant le calcul réseau (autoprotection, calcul de flux, évolution isotopique des milieux), non plus d'évolution en burnup ou en temps.

Afin d'évaluer les performances des solveurs, il a d'abord fallu tester leur sensibilité intrinsèque et leur stabilité par rapport aux différents paramètres de calcul, et dégager un profil optimal de calcul pour chacun. Dans un deuxième temps, une comparaison exhaustive en ce qui concerne leur précision et rapidité a été réalisée, basée sur les grandeurs habituelles (coefficient de multiplication effectif, répartition des taux de réactions), mais aussi sur des points plus spécifiques au design en question, à savoir l'effet des barres de contrôle, et l'effet de vidange sodium. Le temps de calcul a été un autre facteur déterminant.

Les recommandations tirées de cette étude doivent être appliquées avant tout dans un cadre similaire, c'est-à-dire pour un petit cœur rapide à géométrie hexagonale. Il est possible que les conclusions doivent être adaptées ou nuancées pour des calculs de grands cœurs, ce qui est sans doute la première étape des prolongements à donner à cette étude.

## ABSTRACT

The reactors of next generation, in particular SFR model, represent a true challenge for current codes and solvers, used mainly for thermic cores. There is no guarantee that their competences could be straight adapted to fast neutron spectrum, or to major design differences. Thus it is necessary to assess the validity of solvers and their potential shortfall in the case of fast neutron reactors.

As part of an internship with CEA (France), and at the instigation of EPM Nuclear Institute, this study concerns the following codes : DRAGON/DONJON, ERANOS, PARIS and APOLLO3. The precision assessment has been performed using Monte Carlo code TRIPOLI4. Only core calculation was of interest, namely numerical methods competences in precision and rapidity. Lattice code was not part of the study, that is to say nuclear data, self-shielding, or isotopic compositions. Nor was tackled burnup or time evolution effects.

The study consists in two main steps : first evaluating the sensitivity of each solver to calculation parameters, and obtain its optimal calculation set ; then compare their competences in terms of precision and rapidity, by collecting usual quantities (effective multiplication factor, reaction rates map), but also more specific quantities which are crucial to the SFR design, namely control rod worth and sodium void effect. The calculation time is also a key factor.

Whatever conclusion or recommendation that could be drawn from this study, they must first of all be applied within similar frameworks, that is to say small fast neutron cores with hexagonal geometry. Eventual adjustments for big cores will have to be demonstrated in developments of this study.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iii
REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	v
ABSTRACT . . . . .	vi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	vii
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	ix
LISTE DES FIGURES . . . . .	x
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xiii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Design SFR : Intérêt et enjeux . . . . .	1
1.2 Le projet ASTRID . . . . .	2
1.3 Contexte du stage . . . . .	3
1.4 Hypothèses de l'étude et développements possibles . . . . .	4
CHAPITRE 2 PHYSIQUE DES RÉACTEURS . . . . .	6
2.1 Théorie . . . . .	6
2.1.1 Population neutronique, interactions et sections efficaces . . . . .	6
2.1.2 Densité, flux et courant neutroniques . . . . .	8
2.1.3 L'équation de Boltzmann . . . . .	9
2.2 Discrétisations usuelles et méthodes associées . . . . .	12
2.2.1 Traitement de la variable énergie et notion de schéma de calcul . . . . .	13
2.2.2 Traitement de la variable angulaire . . . . .	14
2.2.3 Traitement de la variable spatiale . . . . .	18
2.3 Solveurs numériques . . . . .	21
2.3.1 La référence Monte-Carlo : le solveur TRIPOLI4 . . . . .	21
2.3.2 Le solveur VARIANT . . . . .	21

2.3.3	Le solveur SNATCH . . . . .	24
2.3.4	Le solveur MINARET . . . . .	26
2.3.5	Le solveur MINOS . . . . .	28
2.3.6	Le solveur TRIVAC . . . . .	30
CHAPITRE 3 PRÉSENTATION DES BENCHMARKS . . . . .		33
3.1	Les benchmarks . . . . .	33
3.1.1	Le concept CFV . . . . .	33
3.1.2	Le benchmark Takeda initial . . . . .	34
3.1.3	Le benchmark Vidange . . . . .	35
3.2	Comportement des solveurs sur les benchmarks . . . . .	37
3.2.1	Référence Monte-Carlo : calculs TRIPOLI . . . . .	37
3.2.2	Solveurs déterministes . . . . .	38
3.2.3	Paramètres . . . . .	39
CHAPITRE 4 INTERCOMPARAISON DES SOLVEURS ET SYNTHÈSE DES RÉSULTATS NUMÉRIQUES . . . . .		63
4.1	Paramètres des solveurs . . . . .	64
4.2	Benchmark Takeda Modèle 4 . . . . .	64
4.2.1	Calcul du $k_{eff}$ . . . . .	64
4.2.2	Nappes de flux . . . . .	66
4.2.3	Taux de capture . . . . .	67
4.2.4	Efficacité de barre . . . . .	69
4.2.5	Temps de calcul . . . . .	70
4.3	Benchmark Vidange . . . . .	72
4.3.1	Calcul du $k_{eff}$ . . . . .	72
4.3.2	Nappes de flux . . . . .	74
4.3.3	Effet de vidange . . . . .	75
4.3.4	Temps de calcul . . . . .	76
CHAPITRE 5 CONCLUSION . . . . .		78
5.1	Synthèse des travaux . . . . .	78
5.2	Limitations de la solution proposée . . . . .	79
RÉFÉRENCES . . . . .		80
ANNEXES . . . . .		82

## LISTE DES TABLEAUX

Tableau 2.1	Nombre de moments angulaires supplémentaires à chaque rang . . . .	17
Tableau 2.2	Classification des solveurs de l'étude . . . . .	20
Tableau 2.3	Quadrature angulaire Chebyshev-Legendre et équivalence en quadrature symétrique cartésien . . . . .	25
Tableau 3.1	Écart des résultats TRIPOLI4 par rapport à la référence Monte Carlo [15] . . . . .	37
Tableau 3.2	Validation du calcul tiers de cœur pour SNATCH . . . . .	41
Tableau 3.3	Effet de l'initialisation 2-2-1 d'un calcul 2-4-2 pour SNATCH . . . .	41
Tableau 3.4	Effet de l'accélération variationnelle pour SNATCH . . . . .	42
Tableau 3.5	Effet du raffinement spatial pour SNATCH . . . . .	43
Tableau 3.6	Résultats Takeda calculé en 2-4-2 avec SNATCH . . . . .	44
Tableau 3.7	Effet du raffinement axial pour MINARET . . . . .	45
Tableau 3.8	Effet de la discrétisation angulaire pour MINARET . . . . .	47
Tableau 3.9	Effet DSA MINARET . . . . .	47
Tableau 3.10	Effet du raffinement axial pour VARIANT $P_N$ . . . . .	49
Tableau 3.11	Effet de l'accélération du module AVNM . . . . .	50
Tableau 3.12	Effet du raffinement axial pour TRIVAC . . . . .	54
Tableau 3.13	Effet de l'OEF pour TRIVAC . . . . .	57
Tableau 3.14	Effet de l'ordre de la méthode pour TRIVAC . . . . .	59
Tableau 3.15	Raffinement axial pour MINOS . . . . .	60
Tableau 3.16	Effet OEF pour MINOS . . . . .	61
Tableau 4.1	Valeurs de référence TRIPOLI pour le benchmark Takeda . . . . .	65
Tableau 4.2	Valeurs de référence TRIPOLI pour le benchmark Vidange . . . . .	72
Tableau A.1	Synthèse des résultats $k_{eff}$ pour le benchmark Takeda modèle 4 . . .	82
Tableau A.2	Synthèse des efficacités de barre pour le benchmark Takeda modèle 4	83
Tableau B.1	Synthèse résultats VARIANT $P_N$ pour le benchmark Takeda modèle 4	86
Tableau B.2	Synthèse résultats VARIANT $SP_N$ pour le benchmark Takeda modèle 4	88
Tableau C.1	Raffinement radial TRIVAC pour le benchmark Takeda modèle 4 . .	89
Tableau D.1	Comportement SNATCH pour le benchmark Takeda modèle 4 . . . .	91
Tableau G.1	Synthèse des résultats $k_{eff}$ pour le benchmark Vidange . . . . .	98



## LISTE DES FIGURES

Figure 1.1	Programme prévisionnel ASTRID [10] . . . . .	2
Figure 1.2	Enchaînement outils de calcul . . . . .	4
Figure 2.1	Section efficace de fission de l'Uranium 235 . . . . .	7
Figure 2.2	Réactions nucléaires . . . . .	10
Figure 2.3	Un raffinement 2D optimisé SNATCH . . . . .	24
Figure 2.4	Différents maillages de base avec MINARET . . . . .	26
Figure 2.5	Réseau 2D de trapèzes avec MINOS . . . . .	29
Figure 2.6	Raffinement radial avec TRIVAC (isplh=1, 2 et 3) . . . . .	31
Figure 3.1	Géométrie du cœur CFV, [16] . . . . .	34
Figure 3.2	Coupe axiale des benchmarks de l'étude . . . . .	36
Figure 3.3	Coupe transversale des benchmarks . . . . .	36
Figure 3.4	Ecarts au keff moyen de la référence [15] . . . . .	38
Figure 3.5	Exemple de raffinement radial avec SNATCH . . . . .	42
Figure 3.6	Effet du raffinement spatial sur la valeur du keff calculé avec SNATCH . . . . .	43
Figure 3.7	Effet du maillage radial et de l'OEf pour MINARET . . . . .	46
Figure 3.8	Convergence VARIANT $P_N$ 412 avec l'ordre de la méthode . . . . .	49
Figure 3.9	Rapport de temps de calcul entre VARIANT et AVNM . . . . .	51
Figure 3.10	Convergence VARIANT $SP_N$ avec l'ordre de la méthode . . . . .	52
Figure 3.11	Effet du raffinement axial sur la précision avec TRIVAC . . . . .	55
Figure 3.12	Effet du raffinement axial sur le temps de calcul avec TRIVAC . . . . .	55
Figure 3.13	Effet du raffinement radial en SP3 avec TRIVAC . . . . .	56
Figure 3.14	Effet du raffinement radial en SP5 avec TRIVAC . . . . .	56
Figure 3.15	Effet OEf sur la précision avec TRIVAC . . . . .	58
Figure 3.16	Effet OEf sur le temps de calcul avec TRIVAC . . . . .	58
Figure 3.17	Effet de l'ordre de la méthode $SP_N$ sur la précision avec TRIVAC . . . . .	59
Figure 3.18	Effet de l'ordre de la méthode $SP_N$ sur le temps de calcul avec TRIVAC . . . . .	59
Figure 4.1	Ecarts sur le $k_{eff}$ pour le benchmark Takeda Modèle 4 . . . . .	65
Figure 4.2	Nappes de flux en coupe axiale avec MINARET, benchmark Takeda . . . . .	66
Figure 4.3	Écarts des taux de capture VARIANT P3, pour les trois cas de barre . . . . .	68
Figure 4.4	Écarts des efficacités de barres à la référence, en pcm, pour barre half et barre in . . . . .	69
Figure 4.5	Temps de calcul pour le benchmark Takeda . . . . .	71
Figure 4.6	Temps de calcul des solveurs $S_N$ pour le benchmark Takeda . . . . .	71

Figure 4.7	$k_{eff}$ benchmark Vidange, plénum plein . . . . .	73
Figure 4.8	$k_{eff}$ benchmark Vidange, plénum vide . . . . .	73
Figure 4.9	Nappes de flux en coupe axiale avec MINARET, plénum plein . . . .	74
Figure 4.10	Nappes de flux en coupe axiale avec MINARET, plénum vidangé . .	74
Figure 4.11	Écart sur l'effet de vidange à la référence TRIPOLI en pcm . . . . .	76
Figure 4.12	Temps de calcul pour le benchmark Vidange . . . . .	77
Figure 4.13	Temps de calcul des solveurs $S_N$ pour le benchmark Vidange . . . . .	77
Figure B.1	Écarts $k_{eff}$ en VARIANT $P_N$ , pour les trois cas de barre du benchmark Takeda modèle 4 . . . . .	85
Figure B.2	Écarts $k_{eff}$ en VARIANT $SP_N$ , pour les trois cas de barre du bench- mark Takeda modèle 4 . . . . .	87
Figure D.1	Effet en précision et temps des paramètres SNATCH, sur le benchmark Takeda modèle 4 . . . . .	92
Figure E.1	Nappes Flux Cas 1 Takeda . . . . .	93
Figure E.2	Nappes Flux Cas 2 Takeda . . . . .	94
Figure E.3	Nappes Flux Cas 3 Takeda . . . . .	94
Figure H.1	Nappes Flux Cas 1 Vidange Plénum Plein . . . . .	99
Figure H.2	Nappes Flux Cas 2 Vidange Plénum Plein . . . . .	100
Figure H.3	Nappes Flux Cas 3 Vidange Plénum Plein . . . . .	100
Figure H.4	Nappes Flux Cas 1 Vidange Plénum Vide . . . . .	101
Figure H.5	Nappes Flux Cas 2 Vidange Plénum Vide . . . . .	102
Figure H.6	Nappes Flux Cas 3 Vidange Plénum Vide . . . . .	102

## LISTE DES ANNEXES

Annexe A	SYNTHÈSE RÉSULTATS TAKEDA MODÈLE 4 . . . . .	82
Annexe B	RÉSULTATS VARIANT TAKEDA . . . . .	84
Annexe C	RÉSULTATS TRIVAC TAKEDA . . . . .	89
Annexe D	RÉSULTATS SNATCH TAKEDA . . . . .	90
Annexe E	RÉSULTATS MINARET TAKEDA . . . . .	93
Annexe F	SECTIONS EFFICACES BENCHMARK VIDANGE . . . . .	95
Annexe G	SYNTHÈSE RÉSULTATS VIDANGE . . . . .	97
Annexe H	RÉSULTATS MINARET VIDANGE . . . . .	99

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

RNR-Na	Réacteur à Neutrons Rapides refroidis au sodium
SFR	Sodium-cooled Fast Reactor
CEA	Commissariat à l'Énergie Atomique et aux Énergies Alternatives
IGN	Institut de Génie Nucléaire
EPM	École Polytechnique de Montréal
ASTRID	Advanced Sodium Technological Reactor for Industrial Demonstration
RNR	Réacteur à Neutrons Rapides
REL	Réacteur à Eau Légère
DGFEM	Discontinuous Galerkin Finite Element Method
RTN	Raviart-Thomas-Nedelec
ADI	Alternating Direction Implicit
OEF	Ordre des Éléments Finis

## CHAPITRE 1

### INTRODUCTION

#### 1.1 Design SFR : Intérêt et enjeux

Il y a maintenant plus de 10 ans, la communauté internationale, à travers de le Forum International Génération IV (GIF), s'est décidée à lancer de nouvelles études sur une génération de réacteurs nucléaires qui répondraient au mieux à un certain nombre de problématiques : utilisation optimale des ressources, aspects de sûreté, et coût économique entre autres. Un ensemble de 6 modèles a été retenu à l'issue de la première phase de ce projet, en particulier le modèle SFR (Sodium-cooled Fast Reactor) sur lequel la France a accumulé la plus grande expérience grâce aux réacteurs Rapsodie, Phénix et Superphénix entre les années 1960 et 2000.

Le premier point fort de ce modèle est une exploitation poussée du combustible. Alors qu'un spectre thermique ne permet d'exploiter que l'isotope 235 de l'Uranium, soit 0,7% de l'uranium naturel (ou 3 à 5% d'un combustible enrichi), un spectre rapide permet de valoriser la totalité du combustible : les isotopes 235 et 238 de l'Uranium, mais aussi les actinides produits par capture neutronique, tels que le Plutonium 239. Ces éléments sont généralement considérés comme déchets, à moins d'être réutilisés dans un combustible MOX (abréviation pour *mélange d'oxydes*). Les RNR en revanche permettent de valoriser la totalité du combustible, et peuvent également se placer en régime "surgénérateur", où la production de plutonium et d'autres actinides sur un cycle est positive. On atteindrait ainsi l'auto-suffisance en combustible nucléaire, mais cette solution amène également la question de la non-prolifération et du détournement de matières radioactives.

L'aspect sécurité est le deuxième élément crucial de ce design. Tout d'abord par rapport aux exigences classiques s'appliquant aux réacteurs thermiques, notamment après l'accident de Fukushima : toute la lumière doit être faite sur le comportement du réacteur en situation normale, mais aussi lors d'événements anormaux, ou d'accidents entraînant ou non la fusion du cœur, et ceci décrit selon les différents niveaux de défense en profondeur [13]. Cette prise en compte des risques concerne les facteurs naturels de l'environnement (séisme, tempête), les agressions ou actions malveillantes éventuelles, et surtout les erreurs dues au facteur humain dans l'exploitation de la centrale (mesures de sécurité, capteurs, contrôles). En plus de ces normes habituelles, le design lui-même pose de nouvelles questions de sécurité, en particulier

du fait de la haute réactivité chimique du sodium lorsqu'il entre au contact de l'air ou de l'eau. Cela implique de renforcer la sûreté de fonctionnement du cœur, notamment par un comportement naturel limitant l'impact d'incidents (sûreté "passive"), ou en remplaçant le générateur de vapeur habituel par une turbine pressurisée à l'azote.

## 1.2 Le projet ASTRID

De grandes avancées au niveau de la technologie de cœur ont été motivées par ces questions, et sont actuellement développées dans le projet ASTRID, prototype démonstrateur d'une puissance de 600MWe, dont les acteurs principaux sont le CEA, AREVA et EDF. Suite des réacteurs Rapsodie, Phénix et Superphénix, le principal enjeu de ce projet est de démontrer la faisabilité du concept RNR-Na à un stade industriel, et de répondre à la question de la transmutation des déchets ultimes [3].

Le programme prévisionnel présenté en 2012 est donné dans le schéma ci-dessous. Comme on peut s'attendre dans un projet de grande envergure, certaines étapes ont été légèrement retardées, et la situation actuelle est la suivante : à l'issue de l'avant-projet sommaire, le modèle retenu est le CFV (cœur à faible vidange), associé à certaines options de sûreté.

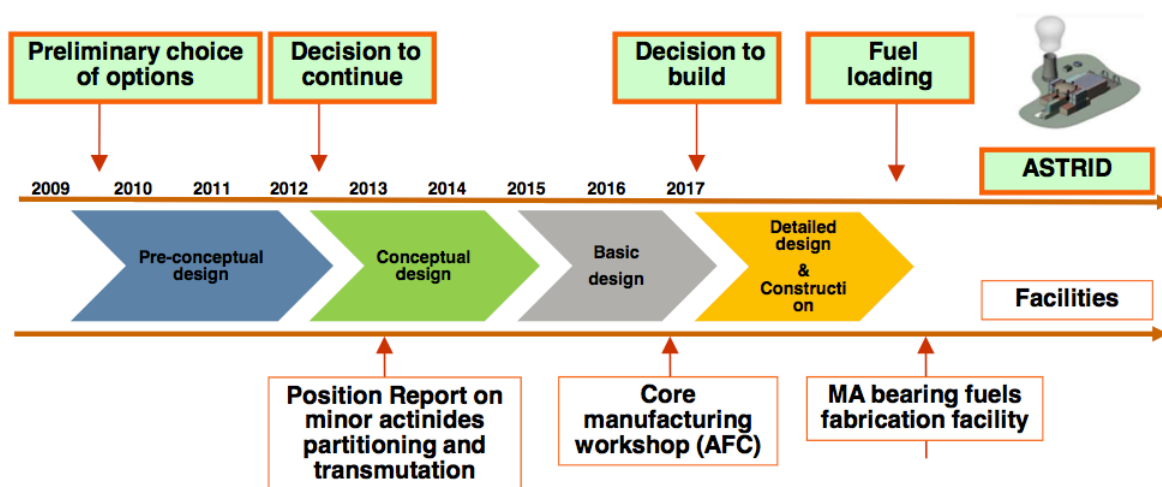


Figure 1.1 Programme prévisionnel ASTRID [10]

Depuis le début du projet, certaines décisions ont été prises quand aux caractéristiques du modèle, notamment concernant le cœur CFV. Ainsi, un des points d'amélioration du pré-

cédent design de RNR-Na concerne l'apport en réactivité lié à une entrée en ébullition du sodium : malgré une certaine marge de température entre la situation nominale du sodium et son point d'entrée en ébullition, on souhaite que l'apport de réactivité entraîné par une vidange partielle ou complète soit négative, et ainsi limiter la gravité d'un tel évènement tout en donnant une plus grande marge de manœuvre aux opérateurs. Cette caractéristique du cœur impose une configuration particulière de la zone combustible, avec la présence d'une tranche interne fertile et d'un plénum sodium à des dimensions précises. Il est également important d'étudier l'impact de cet effet de vide sur l'effet des barres de contrôle.

### 1.3 Contexte du stage

On voit donc la complexité d'un tel design, et il est nécessaire de pouvoir le reproduire fidèlement par les codes neutroniques existants à l'heure actuelle. D'abord dans une étape de développement afin de déterminer les caractéristiques du cœur (dimensions précises, options de sécurité), mais aussi, dans un futur plus ou moins proche, pour un aspect d'exploitation. Sachant que ces solveurs ne sont pas tous basés sur les mêmes équations, et qu'ils ont été, pour la plupart, développés pour une application à des calculs de réacteurs thermiques, il est nécessaire de vérifier leur validité. Le cadre général VVUQ (Verification, Validation, Uncertainties Qualification) est le suivant :

- Vérification : il faut s'assurer de la cohérence interne du solveur, lors du choix des discrétisations, de l'utilisation de conditions frontières ou de symétries par exemple.
- Validation : on compare les performances de différents solveurs entre eux, notamment par rapport à des valeurs de références obtenues par calcul Monte Carlo.
- Qualification : on confronte ces résultats à des expériences de référence, afin de déterminer quelles adaptations doivent être apportées aux résultats théoriques.

Le travail présenté ici s'intéresse aux deux premières étapes : la cohérence interne des solveurs a été préalablement vérifiée et les résultats obtenus ont été validés en terme de précision (par rapport à une référence Monte Carlo) et rapidité (aspect non négligeable lors de l'étude de gros cœurs).

Par rapport au projet ASTRID, cette étude s'inscrit dans la première étape de l'avant-projet sommaire, dont l'échéance devrait arriver courant 2013. De plus, les solveurs APOLLO3 sont encore au stade de développement, les résultats présentés ici entrent donc dans le cadre

V&V APOLLO3 [14]. Il a également été possible d’observer de grandes similitudes entre les solveurs TRIVAC et MINOS, puisque ces solveurs sont basés sur les mêmes équations.

Enfin dans un cadre plus général, le travail présenté ici apporte des éléments pour le choix des options du calcul, ou plus précisément pour l’enchaînement des méthodes et le choix d’options relatives à ces méthodes. C’est ce que l’on appelle un *schéma de calcul*, qui peut concerner les étapes réseau ou cœur. Le schéma de calcul développé ici ne concerne que l’étape cœur, et pourrait être résumé ainsi : création des données dans ECCO, lecture de ces données dans ERANOS, puis conversion des fichiers pour les différents outils par PARIS. Dans l’étude présentée ici, les données étaient déjà disponibles et il n’a pas été nécessaire de les obtenir par ECCO, mais deux procédures PARIS ont été utilisées pour formater les données vers les différents codes.

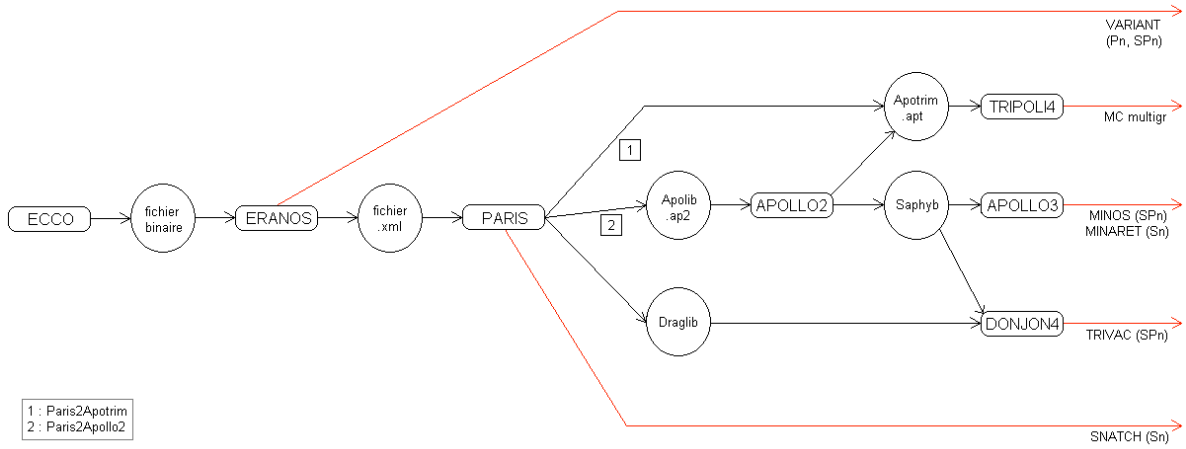


Figure 1.2 Enchaînement outils de calcul

#### 1.4 Hypothèses de l’étude et développements possibles

L’éventail des codes de transport disponibles à l’heure actuelle pour les calculs de cœur est large, chacun ou presque utilisant une méthode différente. Il s’agit d’établir leurs performances pour un réacteur rapide à géométrie hexagonale, en situation nominale ou d’accident. L’implémentation de l’étude directement sur un modèle SFR type ASTRID était trop coûteux, il a semblé plus judicieux d’étudier un cas de référence plus petit, en gardant à l’esprit que les conclusions obtenues ne seront pas directement transposables sur un gros cœur. Déterminer les éventuelles adaptations à apporter pourrait d’ailleurs être la première étape des



prolongements à donner à cette étude.

Étant donné le modèle à étudier (cœur rapide à géométrie hexagonale), le choix du benchmark s’est porté sur le quatrième modèle du benchmark numéro 4 proposé par le Professeur Takeda dans [15], pour lequel un certain nombre de résultats étaient déjà disponibles. Les résultats obtenus ont permis de rendre compte d’un des effets importants mentionnés plus haut : l’effet des barres de contrôle. Dans un deuxième temps, en modifiant ce benchmark par l’insertion d’un plénum sodium étudié en configuration plein puis vidangé, il a été possible d’évaluer le deuxième effet : l’effet de vidange, et de vérifier qu’il est bien négatif dans ce cas là.

Comme précisé plus haut, cette étude ne concerne que les effets de calcul de cœur, en particulier les différences induites par les méthodes numériques, et seulement celles-ci. Aucun biais n’est apporté par l’évaluation des données nucléaires, puisque tous les codes utilisent les mêmes sections efficaces données dans la publication [15], avec les mêmes conditions limites. Une étude au niveau de la partie réseau est encore nécessaire.

Le déroulement de ce rapport ira comme suit : un premier chapitre présentera les bases théoriques de neutronique nécessaires à la compréhension des équations, ainsi que les différents solveurs utilisés ; les benchmarks seront présentés en détails dans le chapitre 2, ainsi que le comportement global des solveurs sur ces benchmarks ; le chapitre 3 comportera la synthèse des résultats numériques, et une comparaison des solveurs sur les critères mentionnés plus haut, afin de tirer des conclusions sur les choix à privilégier selon la précision recherchée pour le calcul.

## CHAPITRE 2

### PHYSIQUE DES RÉACTEURS

Cette partie présente l'équation du transport pour les neutrons, les discrétisations habituelles et les différentes méthodes numériques qui en découlent. Il sera ainsi possible d'introduire les solveurs industriels qui ont fait l'objet de cette étude.

#### 2.1 Théorie

Afin de décrire le comportement du réacteur, il est intéressant de calculer une grandeur physique appelée flux neutronique, qui sera définie plus bas. Cette grandeur est régie par une équation principale, l'équation de Boltzmann, qui réalise un bilan des créations et disparitions de particules à chaque instant. Cette section est largement inspirée des références [5] et [4].

##### 2.1.1 Population neutronique, interactions et sections efficaces

Les particules d'intérêt dans un réacteur nucléaire sont les neutrons, qui pourront être considérées comme des particules d'un gaz parfait puisque elles sont neutres en charge et très diluées parmi les atomes du milieu. Les neutrons n'interagissent donc pas entre eux mais avec les atomes du milieu : ils peuvent subir des diffusions élastiques, inélastiques, des captures stériles ou conduisant à une fission. Entre les lieux de chacune de ces interactions, leur trajectoire est supposée rectiligne et uniforme, en vitesse ou en énergie cinétique. La vie d'un neutron se résume donc à une apparition et une absorption, entre lesquelles il va subir un certain nombre de diffusions qui vont le ralentir peu à peu.

Il est possible de caractériser la probabilité de chacun de ces événements, selon l'atome mis en jeu et l'énergie du neutron, grâce au concept de *section efficace*. Cette grandeur physique est homogène à une surface (l'unité communément utilisée est le *barn*, avec  $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ ), et représente la section "effective" d'un atome par rapport à une interaction donnée. Ci-dessous par exemple la section efficace de fission de l'Uranium 235, avec les résonances caractéristiques dans le domaine épithermique (obtenue sur le site web de l'ANL [7]).

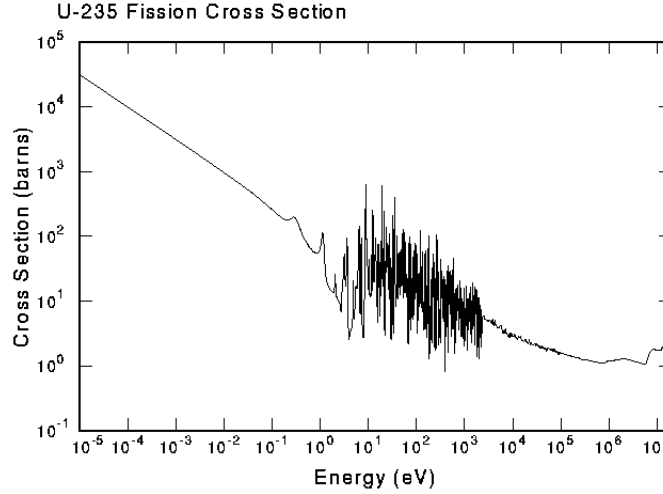


Figure 2.1 Section efficace de fission de l'Uranium 235

Les sections efficaces interviennent par exemple dans la définition des taux de réaction : si l'on note  $N$  le nombre de noyaux par éléments de volume (en  $cm^{-3}$ ), et  $I$  l'intensité du faisceau de neutrons incidents (en  $cm^{-2}s^{-2}$ ), on obtient le taux surfacique de la réaction  $x$  sur un élément de volume d'épaisseur infinitésimale  $ds$  par la relation suivante :

$$dR_x = \sigma_x N I ds \quad (2.1)$$

Cette relation implique une relation de proportionnalité entre le nombre de réactions et le nombre de noyaux cible et de neutrons incidents, et le facteur de proportionnalité est la *section efficace*.

On peut également définir une *section efficace macroscopique* pour la réaction  $x$  :

$$\Sigma_x = \sum_i N_i \sigma_x \quad (2.2)$$

où  $N_i$  représente le nombre de noyaux de l'élément  $i$  par élément de volume.  $\Sigma_x$  regroupe donc les contributions d'un mélange de noyaux pour la réaction  $x$  au niveau macroscopique.

De même, on peut sommer les contributions sur plusieurs interactions en sommant les sections efficaces macroscopiques associées. Par exemple, la section efficace macroscopique *totale* s'obtient en sommant les sections efficaces de toutes les réactions pouvant avoir lieu

dans un matériau :

$$\Sigma_{tot} = \sum_x \Sigma_x \quad (2.3)$$

Les sections efficaces des isotopes sont des données intrinsèques de la matière et leur évaluation doit être la plus précise que possible. À l’heure actuelle, un certain nombre d’incertitudes de mesure et d’approximations dans leur évaluation induisent nécessairement des erreurs dans les calculs. En ce qui concerne l’étude présentée ici, ces biais ont été écartés puisque tous les solveurs ont utilisé les mêmes sections macroscopiques, celles fournies dans la référence [15].

### 2.1.2 Densité, flux et courant neutroniques

La neutronique s’intéresse donc au comportement d’une grande population de neutrons, traitée de manière statistique : ainsi on ne considère pas chaque particule isolée des autres, mais plutôt des grandeurs moyennes mesurables ou calculables à l’échelle macroscopique, comme la température dans les matériaux ou la puissance thermique par exemple.

Les particules sont décrites dans un espace de phase à six dimensions, à chaque instant  $t$ , par les coordonnées suivantes par exemple :

- trois coordonnées de position, dans le système de coordonnées choisi, regroupées dans un vecteur  $\mathbf{r}$
- trois coordonnées de vitesse, dans un vecteur  $\mathbf{V}$

Il apparaîtra plus judicieux de choisir d’autres coordonnées que les trois coordonnées de vitesse, et d’utiliser plutôt, de manière équivalente, l’énergie cinétique de la particule  $E$ , et sa direction de propagation à deux degrés de liberté :  $\boldsymbol{\Omega} = \frac{\mathbf{V}}{\|\mathbf{V}\|}$ . On définit l’*angle solide* comme le cône centré en  $\boldsymbol{\Omega}$  et de base infinitésimale projetée sur la sphère unité. L’espace des phases est toujours à six dimensions, mais le jeu de coordonnées est alors plus adapté à l’étude, notamment pour le traitement de la variable angulaire. Le problème étudié est stationnaire dans le temps, ce qui explique que le temps n’apparaît pas comme variable indépendante.

On peut définir la *densité de particules* en un point de l’espace des phases, avec la distribution  $n(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})$ , définie de telle sorte que  $n(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) d^3r dE d^2\Omega$  représente à chaque instant le nombre de particules contenues dans l’élément de volume  $d^3r$  pointé en  $\mathbf{r}$ , à l’énergie  $E$  à  $dE$  près, et dans l’élément d’angle solide  $d^2\Omega$  autour de  $\boldsymbol{\Omega}$ .

À partir de la densité de particules  $n(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega})$ , on peut définir la grandeur physique d’intérêt pour décrire le comportement d’un réacteur, à savoir le flux neutronique  $\phi$ , ou *flux*

*angulaire*, défini comme suit :

$$\phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = V n(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \quad (2.4)$$

où  $V$  est la norme du vecteur vitesse, qu'on peut exprimer en fonction de l'énergie et de la masse de la particule, les neutrons n'atteignant pas des vitesses relativistes dans un réacteur :  $V = \sqrt{\frac{2E}{m}}$

À noter qu'on utilise fréquemment la grandeur *flux scalaire* afin de s'affranchir de la grandeur  $\mathbf{\Omega}$ , définie comme suit :

$$\phi(\mathbf{r}, E) = \int_{4\pi} d^2\Omega \phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \quad (2.5)$$

À l'issue d'un calcul de neutronique, on obtient les *taux de réaction*, qui sont les valeurs du flux multipliées par une certaine section efficace selon la réaction observée. On peut donc en retirer le champ scalaire  $\phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$  en tout point de l'espace. Cela permet de caractériser le réacteur, et constitue la première donnée d'intérêt.

Enfin, on peut définir le vecteur *courant neutronique*, que l'on peut lier au nombre de particules traversant une unité de surface par unité de temps :

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \mathbf{\Omega} \phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) \quad (2.6)$$

### 2.1.3 L'équation de Boltzmann

Introduite initialement en 1872 pour l'étude de certains gaz, l'équation de Boltzmann peut être appliquée à l'étude d'une population de neutrons en interaction avec la matière environnante. La variable de l'équation est le flux neutronique qui vient d'être défini. L'équation s'obtient en réalisant un bilan sur un volume élémentaire de l'espace des phases  $d^3r dE d^2\Omega$ , à un instant  $t$ , schématiquement :  $\frac{d}{dt}n(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) = \text{apparition} - \text{disparition}$

Le terme d'apparition de particules dans le volume élémentaire se décompose comme suit :

- arrivée d'un point  $(\mathbf{r}, E', \mathbf{\Omega}')$  par diffusion
- création par fission
- éventuellement, contribution d'une source extérieure

Et le terme de disparition :

- disparition par fuite hors du volume

- disparition par interaction avec un atome du milieu (absorption ou diffusion)

Le schéma suivant résume ces différents évènements :

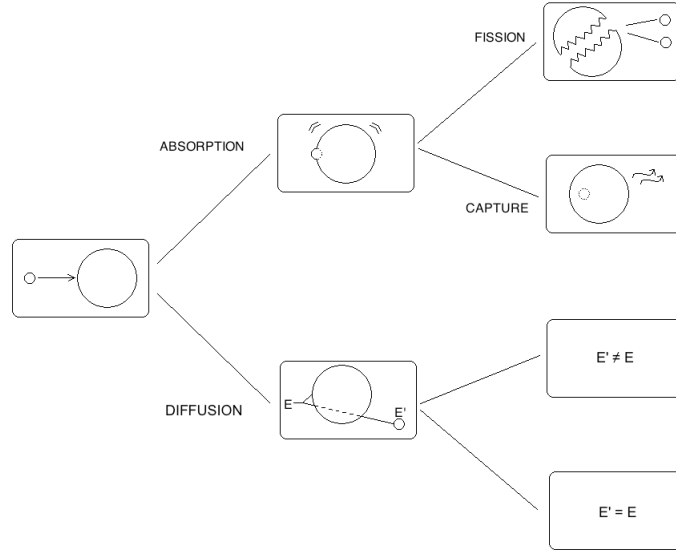


Figure 2.2 Réactions nucléaires

La première hypothèse de cette étude est de se placer à *l'état stationnaire* ( $\frac{dn}{dt} = 0$ ), et de ne pas tenir compte de la variable temporelle. Le bilan est alors nécessairement à *l'équilibre*, c'est-à-dire qu'il y a autant de création de particules que de disparition. Si l'on comprend bien ce que signifie "disparaître" d'un point de vue spatial, il peut être plus délicat de saisir l'équivalent d'un point de vue énergétique. Dans le schéma précédent, seule la dernière case présente une réaction où le neutron conserve la même énergie ; le neutron disparaît, au sens énergétique, dans les trois autres.

L'équation de Boltzmann explicite les différents évènements pouvant survenir dans la vie d'un neutron :

$$[\mathbf{\Omega} \cdot \nabla + \sigma]\phi = C\phi + F\phi + S_{ext} \quad (2.7)$$

où les symboles ont les significations suivantes :

- $\mathbf{\Omega}$  : direction de propagation
- $\nabla$  : opérateur gradient, exprimé dans le système de coordonnées choisi.  
Le terme  $\mathbf{\Omega} \cdot \nabla \phi$  exprime alors les *fuites neutroniques* hors du volume dans la direction

$\Omega$ .

- $\sigma$  : section efficace totale, prenant en compte toutes les interactions que le neutron peut subir (absorption par un noyau, provoquant une fission ou une capture radiative, et diffusion élastique ou inélastique)
- $C$  : opérateur de collision

$$C\phi(\mathbf{r}, E, \Omega) = \int_0^\infty dE' \int_{4\pi} d^2\Omega' \sigma_s(\mathbf{r}, (E', \Omega') \rightarrow (E, \Omega)) \phi(\mathbf{r}, E', \Omega') \quad (2.8)$$

où la section efficace de transfert  $\sigma_s$  possède la signification suivante :

$\sigma_s(\mathbf{r}, (E', \Omega') \rightarrow (E, \Omega))dE'd^2\Omega'$  est la probabilité par unité de parcours qu'une particule située en  $(\mathbf{r}, E', \Omega')$  à  $dE'd^2\Omega'$  près subisse une collision et soit réémise en  $(\mathbf{r}, E, \Omega)$ .

- $F$  : opérateur de fission

$$F\phi(\mathbf{r}, E, \Omega) = \sum_{x \text{ fissiles}} \int_0^{4\pi} d^2\Omega \int_0^\infty dE' \chi_x \nu \sigma_{f,x}(E') N_x(\mathbf{r}) \phi(\mathbf{r}, E') \quad (2.9)$$

où  $\sigma_{f,x}(E)$  est la section efficace de fission de l'isotope  $x$  à l'énergie  $E'$ ,  $N_x$  est le nombre d'atomes fissiles de l'isotope  $x$  par unité de volume,  $\chi_x$  est le spectre d'émission par fission de l'isotope  $x$ , et  $\nu$  est le nombre moyen de neutrons produits par fissions pour tous les isotopes fissiles.

- $S_{est}$  : source externe éventuelle, que l'on peut choisir de négliger ici.

Tout l'enjeu d'un système tel qu'un réacteur nucléaire est de maîtriser et de piloter l'équilibre entre création et disparition de neutrons, en influant sur les paramètres d'environnement.

Le calcul de la population neutronique ne peut jamais atteindre l'équilibre parfait observé sur un réacteur critique. L'incertitude sur les données nucléaires, les données technologiques, et leurs dispersions font qu'il est nécessaire d'établir artificiellement la criticité lors du calcul. Celle-ci est obtenue en modifiant uniquement le terme de production par fission en le divisant par un facteur  $k_{eff}$ , ou *facteur de multiplication effectif*, représentant l'écart de la production par fission entre la situation d'équilibre théorique du réacteur et la situation réelle.

$$[\Omega \cdot \nabla + \sigma]\phi = C\phi + \frac{1}{k_{eff}}F\phi \quad (2.10)$$

Le problème a donc la forme d'un problème aux valeurs propres, et la résolution donne à la fois le vecteur propre  $\phi$  et la valeur propre associée  $\frac{1}{k_{eff}}$ .

Il existe trois situations :

- $k_{eff} < 1$  : la production par fission est inférieure à celle nécessaire à entretenir le renouvellement de la population neutronique, on dit encore que le régime est "*sous-critique*".
- $k_{eff} = 1$  : le réacteur est exactement à l'équilibre théorique, ou encore en régime "*critique*"; c'est la valeur visée en opération de réacteur dans la plupart des cas.
- $k_{eff} > 1$  : le nombre de neutrons produits est supérieur à celui de neutrons qui disparaissent, et le régime est alors "*sur-critique*"; si la production dépasse un certain seuil, le risque est de faire diverger le réacteur, engendrant une forte puissance et des conséquences regrettables.

Il est fréquent d'utiliser la *réactivité* pour exprimer l'écart du  $k_{eff}$  à la criticité :

$$\rho = \frac{k - 1}{k} \quad (2.11)$$

La réactivité est exprimée en *pcm* (ou *pour cent mille*). L'écart entre deux  $k_{eff}$  sera donné en écart de réactivité en pcm, par :

$$\Delta\rho = \left( \frac{1}{k_1} - \frac{1}{k_2} \right) * 10^5 \quad (2.12)$$

La connaissance de la valeur du  $k_{eff}$  donne une information importante sur le comportement du réacteur, et ce sera la deuxième donnée d'intérêt dans cette étude.

## 2.2 Discrétisations usuelles et méthodes associées

Au vu des capacités informatiques actuelles, l'équation de Boltzmann présente une complexité trop importante pour être résolue analytiquement. Il est donc nécessaire d'avoir recours à des approximations et des discrétisations, induisant des erreurs qu'il faut pouvoir quantifier.

Les discrétisations possibles concernent les 3 variables du flux : l'énergie, la variable spatiale, et la variable angulaire. Le traitement de ces 3 grandeurs sera plus ou moins approximatif selon les méthodes, et engendrer des performances différentes.



Le processus de discrétisation permet d'écrire le problème sous une forme matricielle, qui est naturellement adaptée à la résolution algorithmique. Les opérateurs algébriques (l'opérateur gradient  $\nabla$  par exemple) sont transformés en opérateurs matriciels, et il s'agit alors de résoudre un système d'équations couplées. Ce formalisme permet également l'implémentation de techniques d'accélération de calcul de convergence.

### 2.2.1 Traitement de la variable énergie et notion de schéma de calcul

La première étape, et la plus fréquente, consiste à découper le domaine énergétique en un certain nombre  $G$  de groupes, et de considérer les paramètres physiques comme continus sur chaque intervalle (les taux de réaction et les sections efficaces notamment). Les sections efficaces multigroupes sont définies de la manière suivante :

$$\sigma^g(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \frac{\int_{E_{g-1}}^{E_g} \sigma(E) \phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) dE}{\int_{E_{g-1}}^{E_g} \phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) dE} \quad (2.13)$$

On obtient alors un système de  $G$  équations monocinétiques couplées, dont l'inconnue est le *flux angulaire multigroupe*  $\phi^g$  :

$$\phi^g(\mathbf{r}, \mathbf{\Omega}) = \int_{E_{g-1}}^{E_g} \phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega}) dE \quad (2.14)$$

Sur chaque groupe d'énergie, l'équation de Boltzmann prend la forme suivante :

$$[\mathbf{\Omega} \cdot \nabla + \sigma^g] \phi^g = \sum_{g'=1}^G C^{g' \rightarrow g} \phi^{g'} + \frac{1}{k_{eff}} F^g \phi^g \quad , \quad g = 1, \dots, G \quad (2.15)$$

À noter qu'une autre technique de discrétisation multigroupe, présentée dans la référence [9], repose sur un développement du flux en polynômes de Legendre selon la variable énergie, ce qui permet de s'affranchir de l'hypothèse de séparabilité des différents flux multigroupes. Cette solution reste cependant plus coûteuse, et il est préférable de raffiner le découpage énergétique afin de pouvoir considérer des grandeurs constantes sur chaque intervalle.

Le nombre de groupes et la valeur de leurs frontières dépendent du *schéma de calcul*. En général, un schéma de calcul comporte deux niveaux : l'étape calcul de réseau sur une cellule avec un grand nombre de groupes d'énergie (1968 groupes pour les RNR par exemple), décrivant finement les phénomènes physiques mis en jeu ; cette étape peut être composée de

deux calculs consécutifs dans certains cas, à 281 puis 26 groupes pour les REL par exemple. La deuxième étape est un calcul de cœur, sur des mailles spatiales assez larges couvrant l'ensemble du réacteur, et avec un nombre de groupes assez faible (2 groupes en général). Le passage de la première à la deuxième étape est effectué par une *condensation* (en énergie) et une *homogénéisation* (en espace). La condition physique pour qu'un tel processus fonctionne est que les phénomènes au niveau micro et macroscopique soient découplés, ce qui est le cas dans un réacteur, puisque les neutrons parcourent une distance relativement courte.

Si l'on s'en tient là dans le processus de discrétisation, c'est-à-dire si l'on traite les deux autres variables ( $\mathbf{r}$  et  $\mathbf{\Omega}$ ) de manière stochastique, on obtient ce qu'on appelle une méthode de *Monte Carlo multigroupe*. Ce type de méthode est très performant en précision, à condition de simuler un nombre suffisamment élevé d'événements, car les approximations ne concernent que la variable énergie. C'est donc les solveurs utilisant cette méthode qui seront choisis pour calculer les valeurs de référence (dans cette étude, c'est le solveur multigroupe TRIPOLI-4 qui a été utilisé). En revanche, le traitement aléatoire d'un grand nombre d'événements nécessite de grandes ressources informatiques et les calculs sont souvent longs.

La nécessité de faire des calculs fréquents en un temps restreint a motivé le développement d'autres méthodes, qui utilisent des approximations supplémentaires et donc moins précises, mais moins coûteuses en ressources informatiques. Elles s'opposent aux méthodes stochastiques par le fait qu'aucune variable n'est traitée aléatoirement, et elles sont appelées *méthodes déterministes*. Préalablement au traitement des deux autres variables, il peut être nécessaire de manipuler les équations afin de les mettre sous une forme spécifique (notamment en manipulant le flux, permettant une équation au second ordre en flux pair ; ou bien en utilisant une formulation variationnelle par exemple). Nous ne présenterons pas dans le détail ces techniques, elles sont largement documentées dans les références [5] et [4].

### 2.2.2 Traitement de la variable angulaire

C'est principalement le choix sur le traitement de la variable angulaire qui va déterminer la méthode numérique utilisée. Les termes qui vont être concernés par une réécriture particulière sont les termes dépendant de la direction de propagation, à savoir le terme de création par collision via la section efficace  $\sigma_s(\mathbf{r}, (E', \mathbf{\Omega}') \rightarrow (E, \mathbf{\Omega}))$  (qui apparaît dans l'équation 2.8), et le flux angulaire  $\phi(\mathbf{r}, E, \mathbf{\Omega})$ .

La première hypothèse à prendre en compte est que les milieux considérés sont *isotropes*. Ainsi, la direction d'arrivée du neutron n'influence pas le résultat ; seul l'angle entre  $\mathbf{\Omega}$  et  $\mathbf{\Omega}'$

compte. On peut donc exprimer  $\sigma_s$  de la manière suivante :

$$\sigma_s(\mathbf{r}, (E', \boldsymbol{\Omega}') \rightarrow (E, \boldsymbol{\Omega})) = \sigma_s(\mathbf{r}, (E' \rightarrow E), \boldsymbol{\Omega}' \cdot \boldsymbol{\Omega}) \quad (2.16)$$

On utilise alors un développement sur un ensemble de fonctions de base de la variable angulaire, habituellement les *polynômes de Legendre*  $P_k$  :

$$\sigma_s(\mathbf{r}, (E', \boldsymbol{\Omega}') \rightarrow (E, \boldsymbol{\Omega})) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k+1}{2} \sigma_{s,k}(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) P_k(\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}') \quad (2.17)$$

où chaque moment de Legendre d'ordre  $k$  est défini par :

$$\sigma_{s,k}(\mathbf{r}, E' \rightarrow E) = \int_{4\pi} d^2\Omega \sigma_s(\mathbf{r}, (E', \boldsymbol{\Omega}') \rightarrow (E, \boldsymbol{\Omega})) P_k(\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}') \quad (2.18)$$

À partir de cette étape, deux possibilités se présentent. La première consiste à développer le flux angulaire et, de manière générale, toute variable développée en polynômes de Legendre, sur un ensemble de fonctions de bases. La deuxième à discrétiser les directions angulaires en un ensemble fini de valeurs. Ces deux alternatives ont menés aux deux principales méthodes  $P_N$  et  $SP_n$ .

### Développement en harmoniques sphériques

Les fonctions choisies en général sont les *harmoniques sphériques réelles*  $R_k^m(\boldsymbol{\Omega})$ , car celles-ci possèdent des propriétés mathématiques intéressantes, d'additivité notamment. Le développement donne donc :

– pour les polynômes de Legendre :

$$P_l(\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}') = \sum_{m=-l}^{+l} R_l^m(\boldsymbol{\Omega}) R_l^m(\boldsymbol{\Omega}') \quad (2.19)$$

– pour le flux angulaire :

$$\phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} \sum_{m=-l}^l \phi_l^m(\mathbf{r}, E) R_l^m(\boldsymbol{\Omega}) \quad (2.20)$$

Les inconnues deviennent alors les moments de Legendre  $\phi_l^m(\mathbf{r}, E)$  de ces développements, définis de manière classique par projection sur les fonctions de base :

$$\phi_l^m(\mathbf{r}, E) = \int_{4\pi} d^2\Omega R_l^m(\boldsymbol{\Omega}) \phi(\mathbf{r}, E, \boldsymbol{\Omega}) \quad (2.21)$$

Une présentation de ces fonctions harmoniques sphériques réelles peut être trouvée dans la référence [5], mais il suffira de retenir que cet ensemble de fonctions présente les caractéristiques d'une base orthogonale sur laquelle peuvent être projetées n'importe quelle fonction de la direction  $\Omega$ . Le développement infini obtenu sur la sphère unité est unique et exact.

Jusqu'à présent, aucune approximation n'a été faite, le développement en série infinie étant théoriquement exact. Mais le passage des équations "sur le papier" à l'implémentation algorithmique va nécessiter de tronquer le développement à partir d'un certain rang dans l'équation (2.20), et de décider d'ignorer les termes mis de côté. Traditionnellement, on tronque la série à un ordre impair  $N$ , en posant  $\phi_{N+1}(\mathbf{r}, E) = 0$ . Cette méthode est historiquement la première à avoir été utilisée en neutronique, et est appelée **méthode**  $P_N$ . Dans cette étude, le solveur ayant fourni les résultats  $P_N$  est le solveur VARIANT.

Le système matriciel obtenu est assez important, et peut devenir rapidement très lourd à calculer ( $(n+1)^2$  équations pour un ordre  $n$ ). De nombreuses simplifications ont donc été apportées à cette méthode afin d'en diminuer le coût numérique.

La première approximation possible est de limiter le développement du flux angulaire en harmoniques sphériques à un ordre faible, à un ordre 1 par exemple. Cela donne l'*approximation*  $P_1$ , où le flux angulaire comporte alors 4 composantes :

$$\phi(\mathbf{r}, \Omega) = \frac{1}{4\pi} [\phi_0^0(\mathbf{r})R_0^0(\Omega) + 3(\phi_1^1(\mathbf{r})R_1^1(\Omega) + \phi_1^{-1}(\mathbf{r})R_1^{-1}(\Omega) + \phi_1^0(\mathbf{r})R_1^0(\Omega)] \quad (2.22)$$

L'équation du transport est donc développée en un système de 4 équations à résoudre.

Une deuxième cas simple est le cas à une dimension, c'est-à-dire sur un cas présentant une symétrie de révolution autour d'un axe noté  $x$ . Tous les moments  $\phi_l^m$  tels que  $m \neq 0$  sont alors nuls (le flux comporte donc  $n+1$  composantes), et une simplification de la variable angulaire permet de ne considérer que la projection de  $\Omega$  sur l'axe  $x$ , en particulier le cosinus de cet angle, appelé *cosinus directionnel* et noté  $\mu$ .

On peut alors approcher un développement 3D en utilisant dans chaque direction les équations 1D. Cette méthode est très répandue, et porte le nom de méthode  $P_N$  simplifiée, ou **méthode**  $SP_N$ . On distingue les moments pairs et impairs du flux 1D, les uns restant des grandeurs scalaires, les autres transformés en grandeurs vectorielles. Le système d'équation comporte alors  $2n+2$  équations, et le flux calculé est bien un flux 3D. Cette méthode est

plus évoluée que l'approximation  $P_1$  ou le calcul 1D, mais elle ne converge pas vers la solution exacte avec l'augmentation de l'ordre de la méthode, puisque le développement en harmoniques sphériques est incomplet. Il n'est donc pas utile de faire des calculs à un ordre trop élevé, en général  $SP3$  ou  $SP5$  suffisent. Les solveurs  $SP_N$  de cette étude sont les solveurs VARIANT, TRIVAC et MINOS.

Les inconnues seront donc les moments angulaires de l'équation. Dans le tableau suivant, l'évolution du nombre d'inconnues avec le degré de la méthode :

Tableau 2.1 Nombre de moments angulaires supplémentaires à chaque rang

Rang méthode	Pn (2D)	SPn (2D)	Pn (3D)	SPn (3D)
n=1	3	3	4	4
n=3	7	3	12	4
n=5	11	3	20	4
n=7	15	3	28	4

## Discrétisation de la variable angulaire

La deuxième alternative pour le traitement de la variable angulaire consiste à discrétiser le domaine angulaire, et d'appliquer sur ce "réseau" une quadrature de pondération adaptée. L'équation de Boltzmann est alors résolue sur chacune de ces directions. À condition que le nombre de directions soit suffisamment élevé, cette méthode peut être assez précise, malgré le risque d'un *effet de raie*, où des contributions importantes au bilan de neutrons seraient "dissimulées" par la discrétisation de la variable angulaire. Cette méthode est appelé méthode des *ordonnées discrètes*, ou encore **méthode**  $S_N$ , où  $N$  est un nombre pair. Les résultats  $S_N$  de cette étude proviennent des solveurs SNATCH et MINARET.

Dans cette méthode, le flux angulaire s'exprime comme une somme des contributions sur chaque direction angulaire. Si l'on note  $N_d$  le nombre de directions :

$$\phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \approx \sum_{k=1}^{N_d} \phi_k(\mathbf{r}) \delta(\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}_k - 1) \quad (2.23)$$

où les moments  $\phi_k(\mathbf{r})$  sont évalués sur chaque direction :

$$\phi_k(\mathbf{r}) = \phi(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}_k) \quad (2.24)$$

L'ensemble de directions angulaires choisi est généralement déterminé par une *quadrature*. Elles sont choisies de manière à calculer les moments de la manière la plus précise possible. Ci après les quadratures les plus fréquemment utilisées :

- *quadrature symétrique*, définie de telle façon que chaque huitième de la sphère unité soit invariant par rotation d'angle  $\pi/2$ . Pour ce découpage, il suffit de choisir la valeur du premier cosinus directionnel  $\mu_1$ , les autres sont calculés comme suit :

$$\mu_p^2 = \mu_1^2 + (p-1) \frac{2(1-3\mu_1^2)}{N_d-2}, \quad 1 \leq p \leq \frac{N_d}{2} \quad (2.25)$$

Le cosinus  $\mu_p$  peut nécessiter une ou deux variables pour être déterminé, selon la géométrie du problème. Le poids associé à chaque direction est choisi de sorte à maximiser la précision des calculs. Nous ne donnerons pas le détail de cette distribution, mais des explications plus poussées peuvent être trouvées dans la référence [5].

- *quadrature produit*, où les directions sont déterminées comme le produit de deux ensembles d'index selon deux axes de la sphère, semblable à un découpage en "parallèles" et "méridiens". Le nombre total de directions angulaires est donc le produit des nombres d'index sur chaque axe. Par exemple, la quadrature de Chebyshev-Legendre utilisée dans le solveur SNATCH est le produit d'une quadrature de Gauss-Chebyshev dans la direction radiale (donnant un ensemble de quartiers égaux selon l'azimut), et d'une quadrature de Gauss-Legendre selon l'axe z (les nœuds sont alors les racines du polynôme de Legendre).
- *quadrature de Gauss-Legendre*, où les index  $\mu_k$  sont déterminés comme les racines du  $n^{ime}$  polynôme de Legendre :  $P_n(\mu_k) = 0$ , et les poids sont calculés par la relation suivante :

$$w_k = \frac{-2}{(n+1)P'_n(\mu_k)P_{n+1}(\mu_k)} \quad (2.26)$$

Dans cette étude, les quadratures angulaires utilisées par les solveurs  $S_N$  sont : une quadrature symétrique dans MINARET, et une quadrature produit de Chebychev-Legendre dans SNATCH.

### 2.2.3 Traitement de la variable spatiale

Il reste donc à traiter la variable spatiale. En discrétisant la variable spatiale, on applique sur le domaine du réacteur un réseau de mailles, sur lesquelles on reconstruit le flux angulaire

en considérant le milieu homogène. Il existe plusieurs types de discrétisations :

- *éléments finis* : les variables spatiales sont développées en une combinaison linéaire de fonctions polynomiales de base  $u_m(\mathbf{r})$  définies sur des sous-volumes, dont on choisit le degré, et à chacune desquelles est affecté un poids :

$$\phi(\mathbf{r}) = \sum_{m=1}^M \phi_m u_m(\mathbf{r}), \quad m = 1, \dots, M \quad (2.27)$$

Les inconnues sont donc les moments  $\phi_m$ , à calculer pour chaque fonction  $u_m$  sur chaque sous-volume, en considérant les propriétés physique du milieu constantes sur chaque "maille".

- *différences finies* : ce sont des éléments finis d'ordre 1. L'interpolation du flux entre les nœuds de chaque maille se fait donc par des fonctions linéaires.
- *méthodes nodales* : là encore, chaque maille spatiale est considérée comme homogène. La particularité de la méthode nodale est de ne prendre qu'un seul nœud par maille, et de calculer les discontinuités de flux aux interfaces. Considérons par exemple un réacteur 2D cartésien ; celui-ci serait donc subdivisé en  $I \times J$  régions homogènes. On transforme alors l'équation du transport en  $I \times J \times G$  équations découplées en énergie (où  $G$  est le nombre de groupes d'énergie), dont les inconnues sont les moments du flux  $\phi_g(x, y)$ , et  $G$  valeurs propres  $\lambda_{i,j}$ , par un procédé appelé *transformation linéaire*. En général, la dépendance du flux selon ces deux variables n'est pas séparable analytiquement. On a donc recours à des intégrations transverses, aboutissant aux inconnues  $\phi_{g,j}(x)$  et  $\phi_{g,i}(y)$ . Les équations 1D s'écrivent alors :

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \phi_{g,j}(x) + \lambda_{g,i,j} \phi_{g,j}(x) = \frac{1}{\Delta y_j} \mathcal{F}_{g,j}(x) \quad (2.28)$$

où  $\Delta y_j = y_{j+1/2} - y_{j-1/2}$ , et  $\phi_{g,j}(x) = \frac{1}{\Delta y_j} \int_{y_{j-1/2}}^{y_{j+1/2}} dy \phi_g(x, y)$ .

Le terme  $\mathcal{F}_{g,j}(x)$  correspond au terme de *fuite transverse*, et c'est ce terme qui permet de coupler les nœuds entre eux. Il s'exprime à partir des courants aux interfaces des mailles, et représente la spécificité de la méthode nodale.

- il existe également une méthode très performante appelée *méthode des caractéristiques*, basée sur une inversion de l'équation du transport selon des directions caractéristiques

de propagation  $\Omega_d$ , mais elle n'était pas disponible pour l'étude en raison des benchmarks 3D à modéliser.

Dans cette étude, tous les solveurs déterministes sont basés sur un développement en *éléments finis*, à l'exception du solveur VARIANT qui utilise une *méthode nodale*.

Pour clôturer cette section, le tableau ci-dessous résume la classification des solveurs de l'étude selon les différentes méthodes numériques :

Tableau 2.2 Classification des solveurs de l'étude

Méthode stochastique	Méthodes déterministes		
TRIPOLI	Développement en harmoniques sphériques, Méthode $P_n$	Développement en harmoniques sphériques simplifié, Méthode $SP_n$	Méthode des ordonnées discrètes, Méthode $S_N$
	<u>Méthode nodale :</u>  - VARIANT	<u>Éléments finis mixtes duaux :</u>  - MINOS  - TRIVAC 'DUAL'  <u>Méthode nodale :</u>  - VARIANT	<u>Éléments finis :</u>  - SNATCH  - MINARET



## 2.3 Solveurs numériques

Les solveurs qui ont fait l'objet de cette étude mettent en œuvre chacun une ou plusieurs des méthodes présentées ci-dessus. Une brève description de chacun de ces solveurs va être donnée dans cette section, ainsi que les équations qu'ils utilisent.

### 2.3.1 La référence Monte-Carlo : le solveur TRIPOLI4

TRIPOLI4 fait partie des quelques solveurs Monte-Carlo qui existent à l'heure actuelle, et a été développé au SERMA, sur le site du CEA à Saclay. Ce code permet de simuler la vie d'une population neutronique au sein d'une géométrie 3D. Cette population est constituée d'un certain nombre de particules suivies depuis leur production par fission jusqu'à leur disparition. La simulation est répétée sur plusieurs générations, appelées "batchs". Chacun des événements arrivant à chacune des particules est simulé de manière stochastique.

Les grandeurs calculées sont celles présentées plus haut : le  $k_{eff}$ , mais aussi différents taux de réactions dans chaque matériau. Ces derniers seront donnés sous forme de vecteur comprenant les différents groupes d'énergie du spectre, car TRIPOLI4 peut effectuer un traitement énergétique monocinétique comme polycinétique. Dans le cadre de l'étude présentée ici, le deuxième cas est plus intéressant.

La distribution des sources de la génération  $n$  provient des fissions de la génération  $n-1$ . À chaque itération, la distribution se stabilise et si le nombre de particules impliquées est suffisant, on peut atteindre la convergence après un certain nombre de batchs. Le critère de convergence peut être mesuré par la grandeur habituelle en statistiques : l'écart-type  $\sigma$ . En général, un écart-type de l'ordre de  $10^{-5}$  (ou encore de l'ordre du *pcm*) est considéré comme satisfaisant. Pour obtenir une telle précision, le nombre d'événements simulés doit être relativement grand (de l'ordre du milliard d'histoires), et cela implique des temps de calcul sensiblement importants. C'est d'ailleurs le point faible de ce type de méthode. Les configurations précises des calculs réalisés seront donnés dans le prochain chapitre.

### 2.3.2 Le solveur VARIANT

Le solveur VARIANT permet de résoudre les équations stationnaires multigroupes de la diffusion et du transport pour les neutrons, en géométries 2D et 3D, cartésiennes et hexagonales extrudées, à l'aide de la **méthode variationnelle nodale**. Initialement module du code DIF3D de l'ANL (Argonne National Laboratory), il a également été inséré dans le code ERANOS (European Reactor Analysis Optimized code System) développé au CEA. Ce

solveur permet de résoudre des problèmes aux valeurs propres, des problèmes à source, de calculer le flux adjoint, l'échauffement gamma et la criticité. Enfin, l'anisotropie de la diffusion peut être prise en compte, et bien que le code ERANOS ait été conçu initialement pour traiter des cœurs rapides, les options d'upscattering sont tout de même disponibles [12]. Cet outil convient donc aux calculs GENIV, et en particulier au benchmark présenté ici.

La particularité d'une *méthode nodale* est d'utiliser un seul nœud par cellule spatiale, et de considérer le bilan des flux entrant et sortant par les différentes faces de cette cellule. En géométrie hexagonale, chaque assemblage représente donc une cellule de calcul, et il y a 6 interfaces radiales à prendre en compte. La formulation *variationnelle* provient de l'expression d'une fonctionnelle dont on cherche le minimum. Au "point" où ce minimum est atteint se trouve la fonction (du flux) qui respecte l'équation du transport et les conditions limite du réacteur.

L'espace des phases peut être partagé entre : les variables d'espace et les variables angulaires (le découpage énergétique est prédéterminé avant le calcul, avec le nombre de sections efficaces correspondant). La dépendance en espace et en angle se traduit comme suit :

- les grandeurs physiques sont développées sur des harmoniques sphériques, ou des harmoniques sphériques simplifié, jusqu'à un ordre  $n$ . Ce premier paramètre représente le paramètre angulaire, et il est limité à un maximum de 5 avec VARIANT (des calculs jusqu'à l'ordre 9 ont cependant été possibles).
- sur chaque maille ainsi qu'aux interfaces, les polynômes sont projetés sur des fonctions de base polynomiales d'un certain degré. On donne le degré maximum pour trois grandeurs calculées, à savoir : le flux pair (voir les équations suivantes), le courant aux interfaces (lié au flux impair), et la source interne. Dans VARIANT, les degrés maximum de ces polynômes en géométrie hexagonale sont : 6 pour le flux, 2 pour les sources, et 6 pour les courants d'interface. L'impact de ces différentes valeurs sera discuté dans le prochain chapitre.

D'un point de vue algorithmique, le développement de la solution sur un ensemble de fonctions de base en espace et en angle conduit à un système d'équations matricielles qui lie les moments des courants aux interfaces aux moments de flux et de source. Les équations sont ensuite résolues par itération sur la source de fission, au niveau de la maille spatiale. La continuité sur le réseau du flux pair au centre de chaque maille est assurée par les coefficients du flux impair, c'est-à-dire le courant aux interfaces.

Le flux angulaire est exprimé sous une forme particulière, en séparant les composantes  $\xi$  paire et  $\chi$  impaire du vecteur moments obtenu par développement de Legendre. Il en est de même pour les moments sources (notés  $s^+$  et  $s^-$ ). On obtient donc l'approximation  $P_N$  de l'équation de transport sous la forme de deux équations vectorielles [8] :

$$\begin{cases} E \frac{d}{dx} \chi + \Sigma_e \xi = s^+ \\ E^T \frac{d}{dx} \xi + \Sigma_o \chi = s^- \end{cases} \quad (2.29)$$

où les sections efficaces se retrouvent dans les matrices diagonales  $\Sigma_e$  et  $\Sigma_o$ , et la matrice  $E$  est une matrice bidiagonale de coefficients. La forme paire de l'approximation  $P_N$  s'obtient alors en éliminant la composante impaire de la première équation. On obtient une équation principale accompagnée d'une relation auxiliaire :

$$\begin{cases} -\frac{d}{dx} E \Sigma_o^{-1} E^T \frac{d}{dx} \xi + \Sigma_e \xi = s^+ - \frac{d}{dx} E \Sigma_o^{-1} s^- \\ \chi = -\Sigma_o^{-1} E^T \frac{d}{dx} \xi + \Sigma_o^{-1} s^- \end{cases} \quad (2.30)$$

La résolution de l'équation paire se fait à l'aide de l'introduction de la fonctionnelle  $F$ , qui est la sommation de toutes les fonctionnelles  $F_v$  définies sur chacun des volumes  $v$ , en prenant en compte les contributions entrantes et sortantes aux frontières :

$$\begin{aligned} F_v[\xi, \chi] = \int_v dx \left[ \left( \frac{d}{dx} \xi^T \right) E \Sigma_o^{-1} E^T \left( \frac{d}{dx} \xi \right) + \xi^T \Sigma_e \xi - 2 \xi^T s^+ - 2 \left( \frac{d}{dx} \xi^T \right) \cdot E \Sigma_o^T s^- \right] \\ + 2 \xi^T E \chi|_{vr} - 2 \xi^T E \chi|_{vl} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Les conditions frontière permettent de compléter les données requises pour la résolution.

Les équations  $SP_N$  présentent la même forme, en effectuant une modification sur les quantités paires et impaires [8] : les quantités paires deviennent des grandeurs scalaires ( $\xi(x) \rightarrow \xi(\vec{r}), s^+(x) \rightarrow s^+(\vec{r})$ ), et les quantités impaires deviennent des grandeurs vectorielles ( $\chi(x) \rightarrow \vec{\chi}(\vec{r}), s^-(x) \rightarrow \vec{s}^-(\vec{r})$ ). Les grandeurs dérivées deviennent alors respectivement un gradient ( $\vec{\nabla}$ ) et une divergence ( $\vec{\nabla} \cdot$ ). Le système d'équations devient alors :

$$-\vec{\nabla} \cdot \mathbf{E} \Sigma_o^{-1} \mathbf{E}^T \vec{\nabla} \xi + \Sigma_e \xi = s^+ - \vec{\nabla} \cdot \mathbf{E} \Sigma_o^{-1} \vec{s}^- \quad (2.32)$$

avec l'équation associée :

$$\vec{\chi} = -\Sigma_o^{-1} \mathbf{E}^T \vec{\nabla} \xi + \Sigma_o^{-1} \vec{s}^- \quad (2.33)$$

Les fonctionnelles  $F_v$  se retrouvent sous la forme suivante :

$$F_v[\xi, \chi] = \int_v dV \left[ \left( \vec{\nabla} \xi^T \right) E \Sigma_o^{-1} E^T \left( \vec{\nabla} \xi \right) + \xi^T \Sigma_e \xi - 2 \xi^T s^+ - 2 \left( \vec{\nabla} \xi^T \right) \cdot E \Sigma_o^T s^- \right] + 2 \int_v d\Gamma \xi^T E \hat{n} \cdot \vec{\chi} \quad (2.34)$$

où  $\Gamma$  représente l'enveloppe du volume  $V$ , et  $\hat{n}$  le vecteur normal à cette enveloppe. De même que pour l'approximation  $P_N$ , les conditions frontières permettent de finaliser la résolution.

On rappelle ici que contrairement aux autres méthodes qui seront présentées, la méthode des harmoniques sphériques simplifiées ne converge pas vers la solution exacte de l'équation de transport quand l'ordre d'approximation  $n$  augmente. Cette méthode présente cependant d'autres avantages, qui seront discutés dans le chapitre suivant.

Enfin, VARIANT propose une accélération interne, qui ressemble fortement à une méthode d'accélération synthétique par diffusion [12].

### 2.3.3 Le solveur SNATCH

Le solveur SNATCH fait partie de la plateforme PARIS, et utilise la méthode des ordonnées discrètes  $S_N$ , couplée à des éléments finis discontinus de Galerkin pour la description géométrique. Le domaine du réacteur est discrétisé en un réseau 2D à base losange, puis extrudé en cylindres 3D. Le raffinement peut mener à un maillage non conforme, car il est optimisé afin de ne concerner que les régions nécessitant un découpage supplémentaire pour le calcul.

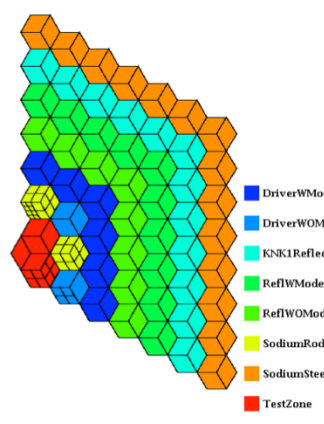


Figure 2.3 Un raffinement 2D optimisé SNATCH

La quadrature angulaire utilisée est une quadrature produit de Chebyshev-Legendre. Dans le code, le nombre de directions angulaires est paramétré par un ordre *polaire* (nombre de nœud par demi-axe) et un ordre *azimutal* (nombre de directions dans un sixième de l'hexagone). On obtient donc le nombre total de directions en faisant le produit suivant :

$$N = (2 \cdot \text{ordre\_polaire}) \cdot (6 \cdot \text{ordre\_azimutal}) \quad (2.35)$$

On peut faire une correspondance avec la quadrature symétrique en cartésien qui sert souvent de référence :

Tableau 2.3 Quadrature angulaire Chebyshev-Legendre et équivalence en quadrature symétrique cartésien

ordre polaire	1	2	2	4	2	3	4	3	3	4	5	4	6	4	5	4	6
ordre azimutal	1	1	2	1	3	2	2	3	4	3	3	4	3	5	4	6	5
nb directions	12	24	48	48	72	72	96	108	144	144	180	192	216	240	240	288	360
équivalent $S_N$	S2-S4	S4	S6		S6-S8		S8-S10		S10-S12		S12-S14			S14-S16		S16	S18

Ce tableau présente les valeurs testées dans l'étude du comportement de SNATCH, et les colonnes grisées correspondent aux paramètres optimaux (la première pour un calcul gros cœur, la deuxième pour un calcul petit cœur ; cet aspect sera développé plus loin). Pour alléger le texte par la suite, on annoncera la valeur des paramètres spatiaux et angulaires par un triplet de chiffres, par exemple 2-2-1 : cela signifie, dans l'ordre, que l'ordre des éléments finis est 2, l'ordre polaire est 2, et l'ordre azimutal est 1. Conformément au tableau, cela équivaut à 24 directions angulaires par exemple.

Enfin, plusieurs astuces sont utilisées pour accélérer le calcul avec SNATCH, car la méthode  $S_N$  est celle qui demande le plus de ressources machine. Le problème peut par exemple être traité en exploitant les symétries de la géométrie, et donc en ne considérant qu'une fraction du cœur, à laquelle on applique des conditions de réflexion aux frontières concernées. Il est également prévu de pouvoir effectuer les calculs SNATCH sur plusieurs processeurs en parallèle. Enfin, une technique d'accélération variationnelle permet de diminuer le temps de calcul. Les effets de ces différentes techniques seront montrés dans le prochain chapitre.

### 2.3.4 Le solveur MINARET

Le solveur MINARET est un solveur transport déterministe multi-groupe utilisant la méthode des ordonnées discrètes [11]. Il a été développé dans le cadre du code APOLLO3. L'une des principales motivations à ce développement est la nécessité de traiter des cœurs à géométrie de plus en plus complexe, en tentant de décrire au plus près, voire de manière exacte, cette géométrie. Le point problématique provient des éléments circulaires qui se retrouvent parmi un réseau "régulier", et qui sont habituellement approchés par des triangles équivalents en volume. L'originalité de MINARET est d'utiliser des triangles présentant éventuellement un ou deux côtés courbes, ce qui permet de décrire parfaitement une gaine circulaire par exemple.

Le réseau géométrique est d'abord obtenu au niveau 2D, résultant en un maillage triangulaire conforme. D'un point de vue mathématique, cela signifie que les faces de chaque élément de ce maillage coïncident entre éléments voisins. Un élément ne peut pas "voir" deux éléments sur une de ses faces. Un tel réseau est généré automatiquement, à partir des paramètres fournis par l'utilisateur (taille de la maille, maximisation de l'angle minimum, type de cellule, degré d'interpolation). La géométrie 3D est alors extrudée à partir du maillage 2D, résultant en un ensemble de cylindres, et non pas de tétraèdres comme cela peut être le cas dans d'autres solveurs. La direction axiale est ensuite discrétisée en plusieurs plans.

Une option possible est de changer la maille de base sur laquelle est appliquée le réseau triangulaire : par exemple sur un réseau hexagonal, on peut choisir de découper chaque maille en losange ou en trapèze. Le réseau généré automatiquement est alors très différent, beaucoup plus régulier à partir de losanges. Ci-après deux exemples de maillages obtenus pour ces deux options (paramètres utilisateur : Radial Mesh Size = 30, Radial Subdivision = 1, Angle max = 60). Le motif de base a été repéré en bleu.

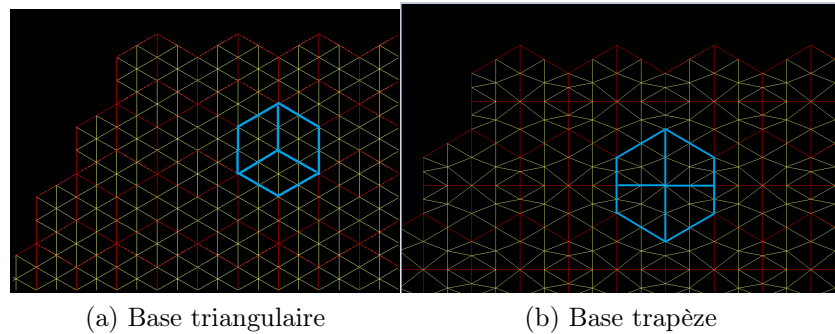


Figure 2.4 Différents maillages de base avec MINARET

Le passage en multi-groupe est réalisé par un développement en polynômes de Legendre des sections efficaces de diffusion. Chaque équation mono-cinétique est résolue à l'aide d'éléments finis discontinus de Galerkin (DGFEM en anglais) sur le réseau décrit précédemment. Ces éléments finis sont particulièrement efficaces sur un réseau spatial structuré, et celui obtenu en ayant recours au générateur automatique le sera effectivement. L'espace des phases de l'équation de Boltzmann statique mono-cinétique comporte donc :

- une variable angulaire, décrite à l'aide d'une quadrature (symétrique, de poids identiques, ou produit)
- une variable spatiale, décrite par des DGFEM d'ordre 0 ou 1 selon le choix de l'utilisateur (pour plus de détails sur la représentation d'une cellule 3D : [11])

La résolution de l'équation de transport pour chaque groupe d'énergie se fera sur chaque direction angulaire :

$$\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi + \sigma \phi = S \quad (2.36)$$

et les grandeurs telles que le flux angulaire seront reconstruites sur chaque cellule du maillage par DGFEM. Il faut commencer par les conditions frontières (de vide ou de réflexion), puis résoudre progressivement sur chaque cellule voisine, à partir du flux connu :

$$\int_{\partial T_-} \vec{\Omega} \cdot \vec{n}_e (\phi_e^+ - \phi_e^-) \psi + \int_T (\vec{\Omega} \cdot \vec{\nabla} \phi) \psi + \int_T \sigma \phi \psi = S \quad (2.37)$$

où  $T$  est la cellule,  $\partial T_-$  est la frontière par où "arrive" le flux calculé à l'itération précédente,  $\vec{n}_e$  est la normale sortante à la frontière,  $\psi$  est une fonction de base de l'espace de projection polynômiale,  $\phi$  est le flux angulaire à calculer,  $\sigma$  est la section efficace totale du milieu, et  $S$  est le terme de source. Le terme  $\phi_e^+$  est le flux angulaire arrivant à l'interface  $e$  calculé à l'itération précédente, et  $\phi_e^-$  est le flux de la cellule à calculer. Ce processus de résolution est appelé *principe de propagation*. Plus de détails se trouvent dans la référence [11].

Le dernier aspect de ce solveur concerne les techniques d'accélération. En effet, devant la complexité des calculs à réaliser, il est intéressant de trouver des méthodes permettant de raccourcir les temps de calcul. La première méthode utilisée ici est l'*accélération synthétique par diffusion*, ou DSA. Cette technique repose sur l'hypothèse d'une diffusion isotropique, et consiste à accélérer l'itération de source en utilisant un estimé de l'erreur calculé à l'itération de transport précédente, à l'aide de l'opérateur de diffusion [11].

Une autre solution pour accélérer le calcul est de *paralléliser* les tâches sur plusieurs processeurs. Il est possible de distinguer ces tâches de différentes manières : selon la direction angulaire, ou pour chaque direction selon différents fronts de propagation. Cette technique

nécessite bien entendu que les données calculées en parallèle soient indépendantes les unes des autres.

### 2.3.5 Le solveur MINOS

Le solveur MINOS a été développé en ESOPE dans l'outil CRONOS2, code cœur développé au CEA. Il a été réécrit en C++ afin d'être inséré dans APOLLO3. Ce solveur traite les géométries en appliquant un maillage non structuré composé de quadrilatères (rectangles en géométrie cartésienne, et trapèzes en géométrie hexagonale).

Les équations de ce solveur sont basées sur des éléments finis mixtes duaux, et une équation du transport en harmoniques sphériques simplifiée ( $SP_N$ ). Les caractéristiques de MINOS sont très proches du solveur TRIVAC, dernier solveur présenté dans cette section. Les calculs MINOS peuvent aussi bien concerner des géométries 3D homogénéisées à l'échelle de la cellule ou de l'assemblage, ce qui en fait un outil utile autant en applications industrielles qu'à l'étape de design. [1]

Les équations de MINOS utilisent un développement en harmoniques sphériques simplifié, dont le principe a été expliqué dans la première partie de ce chapitre. Le système matriciel obtenu est le suivant :

$$\begin{cases} T_o \vec{\phi}_o + H \vec{\nabla} \phi_e = \vec{S}_o \\ H^T \vec{\nabla} \cdot \vec{\phi}_o + T_e \phi_e = S_e \end{cases} \quad (2.38)$$

où :  $\phi_e$  et  $\vec{\phi}_o$  sont respectivement les composantes paire et impaire du flux ;  $S_e$  et  $\vec{S}_o$  les sources associées ;  $T_o$  et  $T_e$  contiennent les sections efficaces du problème ; et  $H$  est une matrice de couplage entre les moments pairs et impairs.

La formulation duale variationnelle de ces équations amène à projeter les équations paires et impaires sur deux espaces fonctionnels différents. En appliquant la formule de Green, on obtient ainsi un système d'équations prenant en compte les conditions limites du problème. Le détail des équations peut se trouver dans la référence [1]. À noter que dans la version utilisée pour cette étude, la condition limite de vide habituellement utilisée avec les autres solveurs n'était pas assez mature dans MINOS en géométrie hexagonale. Il a donc fallu faire une extrapolation à partir de calculs obtenus en conditions "flux nul".

Le calcul  $SP_3$  avec condition de vide converge, mais à partir de  $SP_5$  les résultats sont aberrants. Afin d'obtenir une valeur approchée des résultats avec condition de vide, on suppose



que l'écart infligé au résultat entre la condition flux nul et la condition de vide est *à peu près constant* pour tout ordre de calcul, tout autres paramètres égaux par ailleurs (l'écart vaut donc  $\Delta\rho = \frac{1}{K_{eff_{SP3}^{Vacuum}}} - \frac{1}{K_{eff_{SP3}^{ZeroFlux}}}$ ). Cette hypothèse a été vérifiée pour plusieurs ordres de calcul. On a donc :

$$K_{eff_{SP5}^{Vacuum}} \approx K_{eff_{SP5}^{ZeroFlux}} + \Delta\rho \quad (2.39)$$

De même, le temps de calcul peut être approché en supposant une évolution de même rapport entre condition de vide et flux nul, quelque soit l'ordre de calcul :

$$t_{SP5}^{Vacuum} \approx t_{SP5}^{ZeroFlux} * \frac{t_{SP3}^{Vacuum}}{t_{SP3}^{ZeroFlux}} \quad (2.40)$$

La géométrie 3D est obtenue par extrusion d'un réseau 2D de quadrilatères (il n'y a donc pas de raffinement radial possible en géométrie hexagonale).

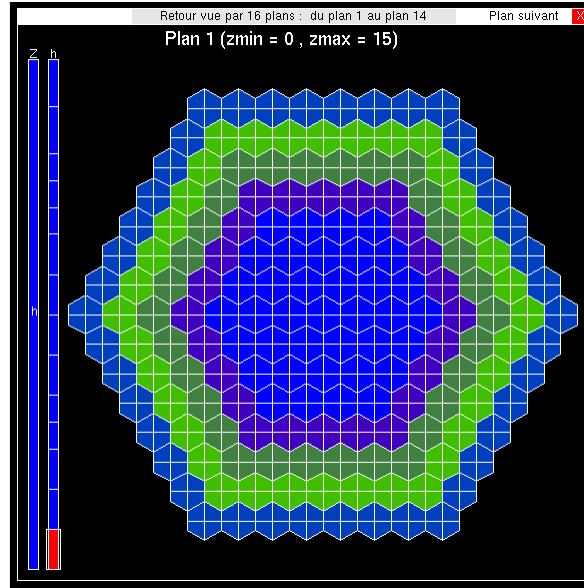


Figure 2.5 Réseau 2D de trapèzes avec MINOS

Les éléments finis utilisés sont ceux de Raviart-Thomas-Nedelec (notés RTN) pour discrétiser l'espace. Ces éléments produisent des matrices creuses avec des termes couplés selon chaque axes considérés. En géométrie cartésienne, on obtient par exemple le système matriciel suivant :

$$\begin{bmatrix} -R_x & 0 & 0 & B_x \\ 0 & -R_y & 0 & B_y \\ 0 & 0 & -R_z & B_z \\ B_x^T & B_y^T & B_z^T & T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_o^x \\ \phi_o^y \\ \phi_o^z \\ \phi_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -S_o^x \\ -S_o^y \\ -S_o^z \\ S_e \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

où : les éléments  $R_d$  contiennent les sections efficaces ainsi que les termes de développement du flux impair sur les fonctions de base choisies ; les éléments  $B_d$  contiennent les termes de triangularisation du domaine ; les éléments  $S^d$  contiennent les sources paires et impaires. Le détail des termes se trouve dans la référence [1]. Grâce à la liberté que laissent les éléments de Raviart-Thomas sur les fonctions de base, les matrices du système peuvent être assez simplifiées.

La résolution de l'algorithme suit une méthode à double niveau : une itération interne sur les variables d'espace, et une itération externe sur les groupes d'énergie. À ce niveau, les équations intra-groupes sont résolues selon une technique appelée *alternating direction sweep*, proche de l'ADI présenté dans TRIVAC [2].

Enfin, les calculs sont effectués en parallèles sur plusieurs processeurs, en particulier pour le calcul des blocs de certaines matrices diagonales par blocs, et pour le processus de *sweep*. Le gain de cette technique est limité par la communication entre les processeurs, mais l'article [1] présente de bons résultats jusqu'à 8 processeurs.

### 2.3.6 Le solveur TRIVAC

Le solveur TRIVAC est un module du code DRAGON/DONJON, développé à l'École Polytechnique de Montréal. Initialement prévu pour l'étude des réacteurs CANDU et des réacteurs à eau légère, il peut aujourd'hui servir pour tout type de modèles. Le solveur TRIVAC permet de calculer le flux neutronique à l'aide d'équations de diffusion ou  $SP_N$ , qui une fois mises sous forme matricielle sont résolues à l'aide de techniques itératives ou de factorisation triangulaire. Tout type de géométrie peut être étudié (1D, 2D ou 3D, cartésienne ou hexagonale). Les calculs de TRIVAC peuvent également prendre en compte la théorie des perturbations généralisée, ou des calculs en cinétique. [6]

Les paramètres de l'espace des phases sont les suivants :

- l'ordre d'expansion angulaire du flux
- l'ordre des éléments finis

- le raffinement spatial (axial et radial)

Plusieurs types de discrétisations sont disponibles, et pour le benchmark étudié ici, la méthode utilisée par TRIVAC est celle de Raviart-Thomas-Schneider, couplée à des éléments finis mixtes duaux. Ce type de formulation des équations est très similaire à ce que l'on peut retrouver dans le solveur MINOS, ce qui fait de ces deux outils des solveurs au comportement très proche, comparés au troisième solveur  $SP_N$  de cette étude, VARIANT  $SP_N$ , qui utilise une formulation nodale. Cette "parenté" entre TRIVAC et MINOS se retrouvera d'ailleurs dans les résultats présentés dans les chapitres suivants. Pour le traitement de la variable angulaire, c'est le développement en polynômes de Legendre, typique des méthodes  $SP_N$ , qui a été utilisé.

La géométrie résultant du maillage du réacteur par TRIVAC est une géométrie conforme à base losanges. Le mode de raffinement spatial est le suivant :

- en axial, le découpage par défaut est celui donné lors de la description de la géométrie, par matériaux. Mais si l'on souhaite raffiner ce découpage, il faut rajouter le mot-clef 'SPLITZ' suivi d'une séquence de chiffres, représentant le nombre de subdivisions dans chaque zone de la géométrie initiale, en partant du plancher. Par exemple, pour une géométrie initiale à 5 couches axiales, la commande 'SPLITZ 2 2 3 2 2' indique qu'on subdivise toutes les couches en 2, sauf la troisième couche, qui elle est subdivisée en 3.
- en radial, les hexagones sont découpés en 3 losanges par défaut. Si l'on souhaite raffiner ce maillage, il faut incrémenter le paramètre 'isplh', ce qui aura pour effet de subdiviser chaque losange en  $isplh^2$  losanges. Il y a donc  $3 * isplh^2$  losanges par hexagones.

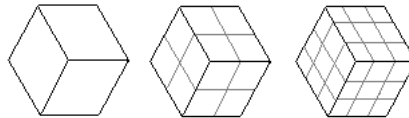


Figure 2.6 Raffinement radial avec TRIVAC (isplh=1, 2 et 3)

Enfin, la technique d'accélération disponible dans TRIVAC est la technique de préconditionnement matriciel ADI (acronyme anglais pour *alternating direction implicit*). Cette méthode consiste à trouver une écriture matricielle approchée des matrices du problème, afin

de faciliter le calcul de leur inverse (ou en tout cas d'en trouver un bon approché). La démarche est détaillée entièrement dans la référence [5]. Les valeurs qui ont été prises ici pour les calculs sont les suivantes : dans le module FLUD : qui calcule les flux, les paramètres sont "ADI 6 EXTE 300 1.0E-4", ce qui correspond à 6 itérations ADI internes par itération externe, dans une limite de 300 itérations externes avec le critère de convergence itératif  $\epsilon$  de  $1 \cdot 10^{-4}$ . Cela signifie que la convergence d'une itération externe est atteinte lorsque :

$$\max_i |\phi_i^{(k-1)} - \phi_i^{(k)}| \leq \epsilon \times \max_i |\phi_i^{(k)}| \quad (2.42)$$

où :

$$\phi^{(k)} = \text{col}\{\phi_i^{(k)}; i = 1, I\} \quad (2.43)$$

est le vecteur inconnu de l'itération  $k$ .

## CHAPITRE 3

### PRÉSENTATION DES BENCHMARKS

L'étude de performance des solveurs a été basée sur l'observation de résultats d'un benchmark particulier, proche du concept ASTRID, mais présentant des simplifications par rapport à ce design. En effet, l'étude directe sur ce cœur complexe aurait été trop ambitieuse. Il faudra néanmoins prendre en compte les adaptations à apporter aux résultats obtenus, et les questions encore à étudier. Ce chapitre présente également le comportement des solveurs étudiés, et leur sensibilité par rapport aux divers paramètres disponibles. Chaque solveur est basé sur des équations ou des discrétisations différentes, leur comportement dépend donc de paramètres différents. Il est donné ici un aperçu de ce comportement, et une sélection des paramètres optimaux à retenir afin d'obtenir une bonne précision du solveur en des temps de calcul raisonnables.

#### 3.1 Les benchmarks

Les cas simplifiés de cette étude sont inspirés du concept gros cœur CFV. Le premier cas étudié est basé sur le modèle 4 de l'article [15], pour les effets de barre notamment. La nécessité d'étudier l'effet de vidange d'un plénum sodium nous a amené à modifier ce benchmark initial, et ce sera le deuxième cas étudié.

##### 3.1.1 Le concept CFV

Le choix du benchmark a été conditionné par le modèle ASTRID actuellement à l'étude : le Cœur à Faible Vidange, ou CFV. Ce design représente déjà une évolution depuis le premier modèle proposé, le SFR V2B, et propose des solutions concernant les aspects de sécurité et de comportement naturel du cœur. Notamment, la marge de température avant ébullition du sodium, et l'effet de vidange négatif sont des points cruciaux de ce design. Ces caractéristiques ont été obtenues grâce à plusieurs éléments :

- une zone réflecteur autour du cœur
- un plénum sodium au dessus de la zone fissile
- un absorbeur neutronique au dessus de ce plénum

- une zone fertile à l'intérieur du cœur fissile, créant une fuite du flux vers le haut du réacteur, et donc vers les milieux absorbants mentionnés plus haut
- une zone fissile extérieure, augmentant la surface de fuites neutroniques du cœur

L'effet additionné de chacun de ces éléments permet d'atteindre un effet de vidange négatif, ce qui n'était pas le cas du modèle SFR-V2B [16]. Ci-après un schéma adimensionné du concept CFV.

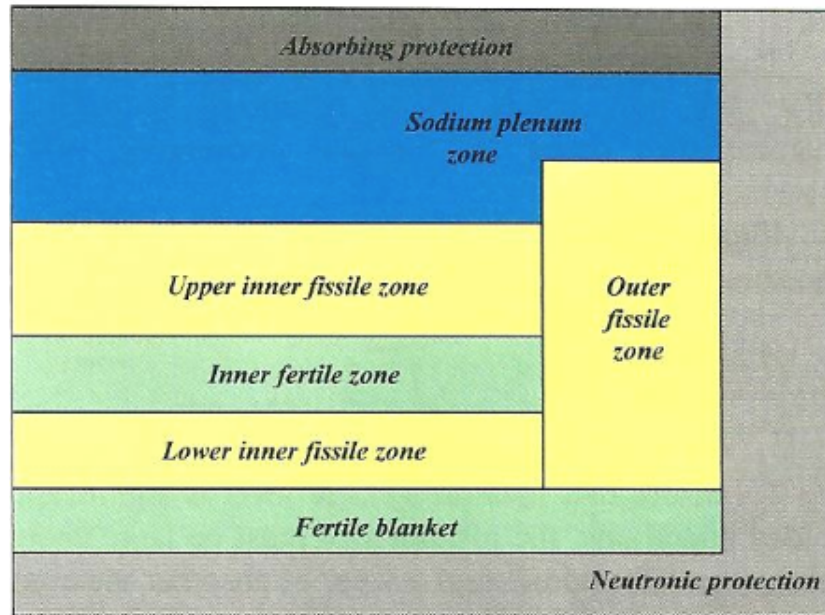


Figure 3.1 Géométrie du cœur CFV, [16]

Grâce aux effets combinés des éléments listés, la réactivité du CFV est plus négative que celle obtenue dans les benchmarks présentés ci-après.

### 3.1.2 Le benchmark Takeda initial

Présenté en 1991, l'article [15] présente des résultats de flux et de  $k_{eff}$  pour plusieurs types de réacteurs, étudiés dans plusieurs configurations de barres de contrôle. Le modèle d'intérêt pour cette étude est le quatrième : petit cœur rapide, à géométrie 3D hexagonale, étudié pour trois configurations de barres (extraîtes, semi-insérées, insérées). La composition isotopique des différents milieux n'est pas donnée, seules les sections efficaces macroscopiques à quatre groupes d'énergie le sont, ainsi que le spectre de fission. Les sections efficaces disponibles sont la section efficace totale, la section efficace de fission, et les sections efficaces de diffusion, en

considérant uniquement des chocs isotropes (hypothèse  $P_0$ ).

Cet article présente des résultats pour plusieurs méthodes numériques, implémentées dans les solveurs de différents laboratoires. Le principe de l'étude réalisée ici est tout à fait similaire : une comparaison des différentes méthodes de calcul par rapport à une référence Monte-Carlo, à la différence que cette fois-ci, tous les calculs ont été fait avec les mêmes hypothèses, les mêmes critères de précision, sur une même machine. Cela assure donc une cohérence des résultats, et permet une comparaison pertinente. Ce souci de cohérence concerne également la référence, qui sera recalculée avec le code TRIPOLI4. En effet la référence présentée dans l'article a été calculée il y a plus de 20 ans, et il était possible d'en obtenir une nouvelle avec plus de précision. La justification de cette nouvelle référence sera présentée dans la section suivante.

La géométrie consiste en une zone combustible au centre, entourée de zones fertiles avec ou sans modérateur, de réflecteurs axiaux et d'acier, le tout entouré de plusieurs couches réflectrices externes. Les barres de contrôles sont au nombre de six, et sont disposées au plus près de la zone combustible ; elles sont insérées dans un milieu de sodium liquide.

La particularité de ce cœur est la présence de zones modératrices, induisant de forts gradients de flux qui peuvent représenter un point faible pour les solveurs. De plus, la taille réduite du réacteur ne permet pas le phénomène de *compensation d'erreur* que l'on observe généralement sur les designs de plus gros cœurs.

### 3.1.3 Le benchmark Vidange

La modification effectuée sur le benchmark Takeda est assez élémentaire, mais elle permet de rendre compte de l'effet d'un plénum sodium au dessus de la zone combustible, et la différence provoquée par une vidange de ce plénum sur la répartition des flux et sur le  $k_{eff}$ . Les cas étudiés pour le plénum sont l'état plein et l'état vidangé, et on conserve les trois cas de barres de contrôle du benchmark initial, ce qui fait donc un total de six cas à traiter pour ce benchmark. Bien entendu, aucun résultat préexistant n'était disponible pour ce benchmark.

Les sections efficaces utilisées pour ce nouveau milieu proviennent du concept CFV, en considérant pour l'état plein : 90% de sodium et 10% d'acier ; et pour l'état vidangé : les 10% d'acier "dilués" dans du vide. Elles sont données dans l'annexe F.

Ci-dessous un schéma des deux géométries, en coupes axiale et transversale :

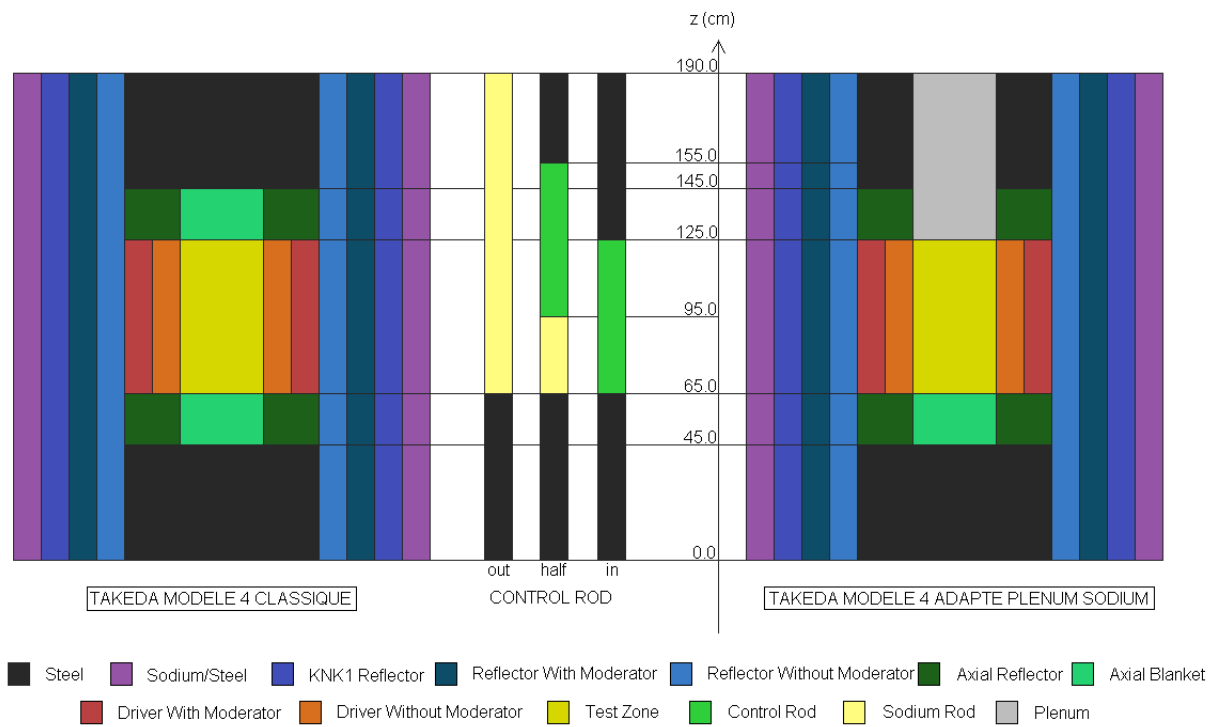


Figure 3.2 Coupe axiale des benchmarks de l'étude

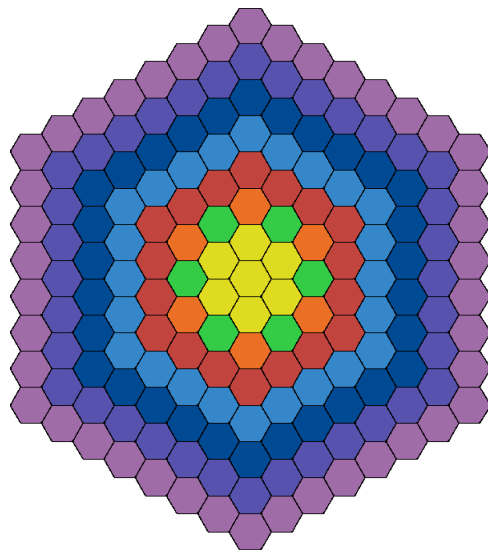


Figure 3.3 Coupe transversale des benchmarks



## 3.2 Comportement des solveurs sur les benchmarks

### 3.2.1 Référence Monte-Carlo : calculs TRIPOLI

Le premier point à démontrer est la validité des résultats TRIPOLI4 en tant que nouvelle référence Monte-Carlo. Pour cela, il suffit de comparer le  $k_{eff}$  et l'écart-type des nouveaux résultats par rapport à ceux présentés dans l'article. À noter que la référence était alors une *moyenne* de quatre résultats Monte-Carlo obtenus dans des laboratoires différents, pour lesquels les hypothèses de calcul ne sont pas toujours explicites. D'où l'intérêt de renouveler la référence, en utilisant les mêmes hypothèses pour les calculs déterministes.

Les calculs ont été faits en simulant 5 milliards d'histoires ( $5 \cdot 10^5$  batchs de taille  $10^4$ ). L'écart-type des résultats était alors inférieur ou égal à 2 pcm, alors que la précision des résultats de l'article était de 5 pcm séparément, avant de prendre leur moyenne. La machine de calcul est le supercalculateur "Curie" du CEA, situé en région parisienne. En utilisant 128 processeurs de cette machine, les calculs ont duré entre 3 et 4 heures.

À la vue des résultats suivants, il semble justifié de prendre TRIPOLI4 comme nouvel outil de calcul de référence, l'écart au  $k_{eff}$  moyen présenté dans l'article étant seulement de  $-7$  à  $-31$  pcm selon le cas de barre (cf. table suivante).

Tableau 3.1 Écart des résultats TRIPOLI4 par rapport à la référence Monte Carlo [15]

Cas de barres de contrôle	Cas 1 : Barres retirées	Cas 2 : Barres semi-insérées	Cas 3 : Barres insérées
$k_{eff}$ article Takeda	1,0951	0,9833	0,8799
$k_{eff}$ TRIPOLI4	1,09484	0,98323	0,87966
<b>Écart TRIPOLI (pcm)</b>	<b>-22</b>	<b>-7</b>	<b>-31</b>

Si l'on regarde la dispersion des quatre résultats utilisés pour établir la référence dans l'article [15], on voit que celle-ci n'est pas très fiable : certains résultats pouvaient présenter jusqu'à 300 pcm d'écart avec la moyenne. La nouvelle référence TRIPOLI4 est donc d'autant plus justifiée. La description des quatre calculs peut être trouvée dans la référence [15].

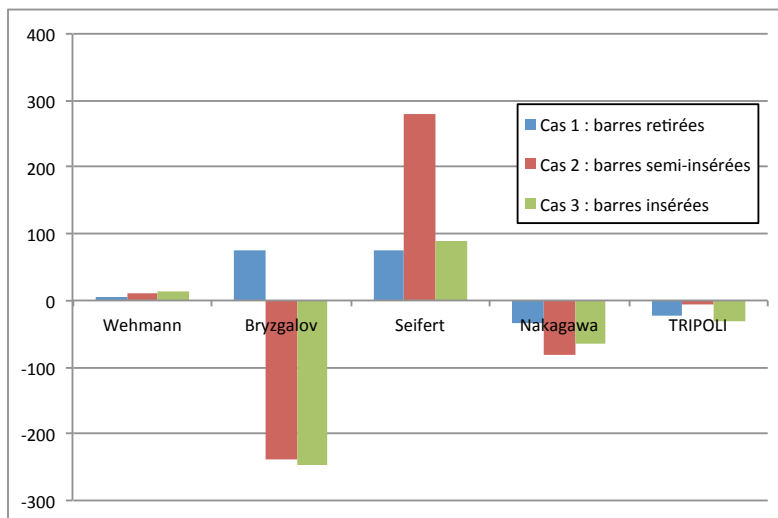


Figure 3.4 Ecarts au keff moyen de la référence [15]

La nouvelle référence pour la suite des résultats sera donc celle calculée par TRIPOLI4, notamment pour le benchmark Vidange, où aucune autre référence n'est disponible.

### 3.2.2 Solveurs déterministes

L'évaluation de la performance des solveurs déterministes se fera en comparaison à cette référence, en terme de précision et de stabilité. Une comparaison entre solveurs sera également réalisée, mais elle implique que les calculs soient faits dans des configurations semblables. Or tous les solveurs de l'étude ne possèdent pas les mêmes paramètres, ou bien ne présentent pas la même optimalité dans une même situation. C'est ce qui va être présenté dans ce chapitre : le comportement des différents solveurs lorsque l'on fait varier leurs paramètres respectifs. Il sera ainsi possible de sélectionner la situation optimale pour chacun d'entre eux, et ensuite d'adapter ce choix afin de pouvoir comparer les résultats. En d'autres termes, il faut faire un compromis sur les performances des différents solveurs, et se placer dans des configurations similaires et comparables dans la mesure du possible.

La présentation du comportement des solveurs par rapport à leurs paramètres respectifs permet donc au lecteur de situer la configuration finale retenue dans la gamme de son com-

portement, puisque le but de cette étude était de montrer les performances des solveurs, mais surtout de pouvoir les comparer.

### 3.2.3 Paramètres

Les paramètres de calcul découlent des équations présentées au chapitre précédent. Ainsi, comme les solveurs n'utilisent pas les mêmes types d'équation, les paramètres à faire varier ne sont pas les mêmes.

Le paramètre en **angle** est :

- le nombre de directions angulaires pour une méthode  $S_N$
- le nombre de moments angulaires pour les méthodes  $P_n$  et  $SP_n$

Le paramètre d'**espace** est :

- l'ordre de développement des inconnues pour une méthode nodale (solveur VARIANT), spécifiquement aux variables suivantes :
  - flux pair
  - courant aux interfaces
  - sources nodales
- l'ordre des éléments finis pour les autres solveurs (noté OEF par la suite)

Enfin, le **raffinement des mailles spatiales** a un impact sur le comportement du solveur et fait partie des paramètres étudiés. Il faudra distinguer le raffinement *radial* du raffinement *axial*.

L'impact de ces paramètres a été établi sur l'observation de plusieurs résultats : les valeurs de  $k_{eff}$ , les nappes de flux (ou taux de capture) et le temps de calcul. Les gains de performance sont évidemment sur l'un ou l'autre des résultats, et il est impossible d'améliorer conjointement la précision du  $k_{eff}$  et le temps de calcul par exemple. Il s'agira donc de faire le meilleur compromis possible sur ces grandeurs.

### Solveur SNATCH

Le solveur SNATCH utilise une méthode  $S_N$  conjointement avec des éléments finis discontinus de Galerkin. Les paramètres qui peuvent être modifiés sont donc :

- l'ordre des éléments finis (ou OEF)
- le raffinement spatial : SNATCH propose un raffinement axial (subdivision des sous-ensembles) et radial (subdivision des assemblages hexagonaux en losanges).
- le nombre de directions angulaires (on rappelle la nomenclature présentée au chapitre précédent : le triplet 2-2-1 signifie, dans l'ordre, qu'on utilise des éléments finis d'ordre 2, un ordre polaire 2, et un ordre azimutal 1 ; les deux derniers paramètres correspondent donc à 24 directions angulaires).

L'effet de chacun de ces paramètres va être présenté ici, ainsi que chaque hypothèse prise pour le calcul (calcul sur tiers de cœur, initialisation par un calcul  $SP_n$ , accélération variationnelle). Il est important de noter, et cela est valable pour tous les solveurs, que l'étude d'un paramètre s'effectue nécessairement en fixant les autres à une valeur choisie, et que l'amplitude de l'effet observé peut dépendre de ces valeurs. Par exemple, le nombre de directions angulaires n'a plus trop d'impact une fois que la convergence spatiale a été atteinte (dans certains cas). Dans la mesure du possible, les résultats présentés ont été obtenus dans une situation "non convergée" pour les paramètres fixés, afin de mettre en évidence l'effet du paramètre étudié. D'un autre côté, ce choix implique de prendre en compte le phénomène d'interdépendance existant entre certains paramètres.

Enfin, la dernière remarque concerne les temps de calcul : différentes méthodes de calcul permettent d'accélérer la résolution avec SNATCH, comme par exemple la répartition du calcul sur plusieurs processeurs. Afin de comparer les temps de calcul des différents solveurs entre eux, il faut les "normaliser", c'est-à-dire les ramener à une situation identique.

#### Validation du calcul sur tiers de cœur

Au vu des ressources mémoire nécessaires pour exécuter ce code, et devant les modestes capacités de la machine de travail, les calculs ont été faits pour un tiers de cœur, et en utilisant des conditions frontière de réflexion. Il a été vérifié sur le benchmark Takeda 4 cas 2 (barres semi-insérées) que cela n'introduisait pas de biais dans la valeur du  $k_{eff}$ , et permet de réduire le temps de calcul d'un facteur 3 environ. Ce calcul a été réalisé avec les paramètres 2-2-1 sans initialisation (cf. section suivante) et sur 4 processeurs.

Tableau 3.2 Validation du calcul tiers de cœur pour SNATCH

$k_{eff}$	Écart à Tripoli (pcm)	Temps (s)
Cœur entier		
0,98238	-89	1336,3
1/3 cœur		
0,98238	-89	436,48
<b>Rapport temps :</b>		<b>3,06</b>

#### Initialisation du calcul

Une manière d’accélérer le calcul du  $k_{eff}$  et du flux est d’initialiser leurs valeurs par une première approximation, calculée à un ordre faible. Le calcul sera effectué à partir de ces premières valeurs et convergera plus vite, comme le montrent les résultats ci-dessous. À noter que même si l’initialisation requiert un certain temps de calcul (environ 200 secondes pour un OEF = 2), le gain en efficacité pour la suite du calcul est tel que le temps global se retrouve diminué. On présente ici l’effet d’une initialisation 2-2-1 d’un calcul 2-4-2.

Tableau 3.3 Effet de l’initialisation 2-2-1 d’un calcul 2-4-2 pour SNATCH

Calcul 2-4-2 sans initialisation, 1/3 cœur, 4 processeurs					
Cas de barre	$k_{eff}$	Écart Tripoli (pcm)	Ecart avec initialisation (pcm)	Temps (s)	Rapport de temps avec initialisation
1 (out)	1,09517	28	-1	1174	2,01
2 (half)	0,98337	14	0	1660	2,38
3 (in)	0,87967	1	0	1556	2,30

L’initialisation par un ordre faible n’induit aucune différence sur la valeur du  $k_{eff}$  calculé (entre 0 et 1 pcm de différence), mais permet de réduire au moins de moitié le temps de calcul. À noter bien entendu que l’effet n’est bénéfique que pour un calcul d’ordre au moins supérieur à celui de l’initialisation.

#### Accélération variationnelle

Les itérations de calcul peuvent être accélérées par une accélération *variationnelle*, dont l’effet a été mesuré sur le cas 1 du benchmark Takeda classique, en 2-2-1, sans raffinement

spatial (cf. section suivante), et avec initialisation de même ordre 2-2-1.

Tableau 3.4 Effet de l'accélération variationnelle pour SNATCH

Accélération	$k_{eff}$	Écart Tripoli (pcm)	Temps (s)
on	1,09468	-13	334
off	1,09469	-13	804

La valeur du  $k_{eff}$  n'est évidemment pas modifiée par cette technique, en revanche le temps de calcul est divisé par un facteur 2,4.

Contrairement aux précédents effets de symétrie et d'initialisation, l'accélération variationnelle *ne sera pas* prise en compte lors de la "normalisation" des temps de calcul, car l'autre solveur  $S_N$  MINARET comporte une autre technique d'accélération par diffusion, et que l'effet de celle-ci n'a pas pu être mesuré. Il a donc été choisi de laisser les accélérations actives dans les deux solveurs, même si rien n'indique qu'elles soient équivalentes.

#### Raffinement spatial

L'effet du raffinement spatial doit être étudié selon deux points : en axial et en radial. À noter que les mailles hexagonales sont systématiquement découpées en 3 losanges, éventuellement subdivisés (cf. figure suivante). L'observation de l'effet du raffinement doit être faite sur un cas non convergé par les autres paramètres (en effet, un calcul déjà convergé ne va pas gagner en efficacité par un raffinement du maillage). Les résultats présentés ici correspondent donc au triplet 1-4-2, avec initialisation 1-2-1, sur 1/3 de cœur, et avec 4 processeurs.

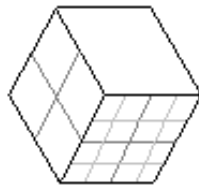


Figure 3.5 Exemple de raffinement radial avec SNATCH

Ci-après les résultats exhaustifs de l'effet du raffinement spatial sur les trois cas de barre du benchmark classique Takeda, en terme d'écart au  $k_{eff}$  et de rapidité (le nombre  $X$  repré-

sente la nombre de subdivision de la maille).

Tableau 3.5 Effet du raffinement spatial pour SNATCH

Cas 1 (out)			Cas 2 (half)			Cas 3 (in)		
Radial : split (X,X,1)			Radial : split (X,X,1)			Radial : split (X,X,1)		
X	Temps (s)	Écart Tripoli (pcm)	X	Temps (s)	Écart Tripoli (pcm)	X	Temps (s)	Écart Tripoli (pcm)
1	401	-365	1	472	-739	1	530	-416
2	2792	-323	2	3114	-651	2	3763	-297
3	5761	-318	3	6043	-640	3	7442	-282
Axial : split (1,1,X)			Axial : split (1,1,X)			Axial : split (1,1,X)		
X	Temps (s)	Écart Tripoli (pcm)	X	Temps (s)	Écart Tripoli (pcm)	X	Temps (s)	Écart Tripoli (pcm)
1	416	-365	1	459	-739	1	528	-416
2	923	-67	2	926	-158	2	1377	-179
3	1154	-36	3	1744	-90	3	1628	-149

La valeur du  $k_{eff}$  calculé se rapproche effectivement de la référence Tripoli avec raffinement spatial, surtout avec le raffinement axial. En effet, la géométrie du benchmark présente des mailles axiales pouvant aller jusqu'à 45 cm, le moindre raffinement a donc un effet important. Le gain en précision sur le calcul du  $k_{eff}$  dans tous les cas de barre, en raffinant radicalement et axialement, est résumé dans le graphique suivant.

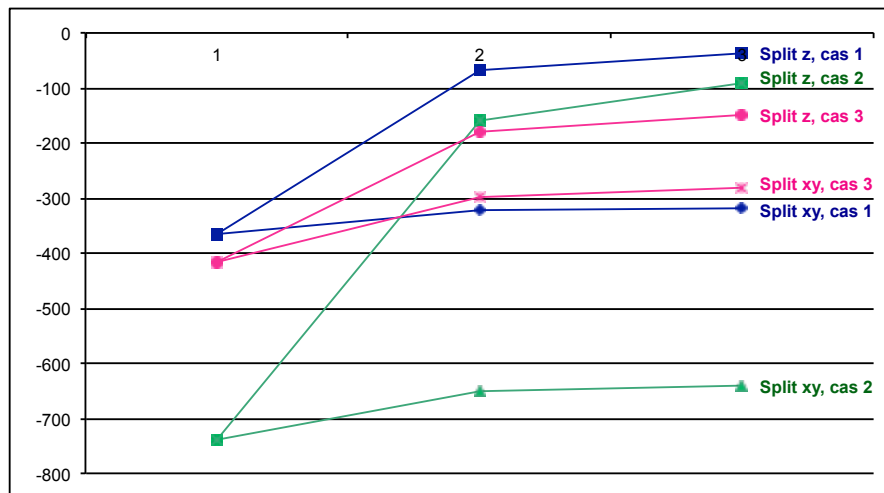


Figure 3.6 Effet du raffinement spatial sur la valeur du keff calculé avec SNATCH

En revanche, l'impact sur le temps de calcul est assez pénalisant, et il sera plus judicieux de monter en ordre d'éléments finis (les résultats 2-4-2 sont donnés ci-dessous pour comparaison) : le gain en précision est meilleur, et avec des temps de calcul plus faibles qu'en ayant recours au raffinement spatial.

Tableau 3.6 Résultats Takeda calculé en 2-4-2 avec SNATCH

Calcul 2-4-2 avec initialisation, 1/3 cœur, 4 processeurs			
Cas de barre	$k_{eff}$	Écart Tripoli (pcm)	Temps (s)
1 (out)	1,09518	28	583
2 (half)	0,98337	14	698
3 (in)	0,87967	1	678

En conclusion pour ce solveur SNATCH, il est plus intéressant de monter en ordre d'éléments finis plutôt que de raffiner le maillage spatial.

## Solveur MINARET

Le deuxième solveur  $S_N$  est MINARET, et il possède les mêmes paramètres que SNATCH : le nombre de directions angulaires, l'ordre des éléments finis, et les subdivisions spatiales. Ce solveur utilise une formulation mixte duale diagonalisée de la méthode des ordonnées discrètes, à partir d'une formulation variationnelle utilisant des éléments finis discontinus, et une méthode projective de type Discontinuous Galerkin (option *DG\_SCHEME* dans le code).

La quadrature angulaire utilisée ici est une quadrature symétrique en géométrie hexagonale. D'autres options sont disponibles, notamment une quadrature symétrique cartésienne "classique", plus adaptée pour d'autres types de géométrie. Si la condition limite est la condition de vide, le type de quadrature n'a pas d'impact sur le calcul. Les résultats présentés ici ont été obtenus avec la quadrature *HEXAGONAL\_LS\_C* ; la quadrature *CARTESIAN\_LS\_C* donnaient des résultats globalement plus éloignés de la référence, mais surtout sans vraiment de sens physique pour cette géométrie.

L'étude de convergence a été réalisée sur le benchmark Vidange, mais les conclusions sont aussi valides que si elles avaient été obtenues sur le benchmark Takeda. La première remarque et la plus importante est qu'ici, c'est le raffinement spatial qui est important, plus que l'ordre



des éléments finis. En effet, à condition que le raffinement spatial soit suffisant, l'écart à la référence Tripoli peut être de seulement 4 pcm pour un OEF de 1. D'autre part, il s'avère que c'est le raffinement axial qui a le plus d'impact sur la précision du résultat.

Il est important de noter ici que l'étude d'un benchmark à géométrie hexagonale est assez inhabituelle pour un solveur en développement. Il est donc tout à fait possible que les options de calcul en géométrie hexagonale n'étaient pas toutes abouties au moment de l'étude ; elles sont données ici à titre indicatif, dans un souci de reproductibilité des résultats. Par exemple, la meilleure quadrature pour un OEF de 1 est la quadrature *DGLP\_11*, et non pas la quadrature *DGA* comme c'est habituellement le cas dans les calculs cartésiens.

### Raffinement spatial

Le maillage spatial est l'élément prépondérant dans le comportement de ce solveur. Comme pour SNATCH, il faut différencier le raffinement radial et axial. Le paramètre le plus important est le raffinement axial : le passage d'une maille de 15 cm à 5 cm permet de se rapprocher de 100 à 200 pcm de la référence. Le tableau suivant montre l'effet du raffinement axial sur le cas barre retirées et plénum plein du benchmark Vidange, en S8 (120 directions angulaires), pour des éléments finis d'ordre 1 en axial et en radial (*DGLP\_11*), et 32 triangles par hexagone (Mesh Size = 30 cm, Radial Subdivision = 1).

Tableau 3.7 Effet du raffinement axial pour MINARET

Taille maille axiale (cm)	Nombre d'inconnues	Ecart Tripoli (pcm)	Temps (s)
Maille naturelle	151424	-767	1920
15	302848	-119	3647
5	822016	2	8518

Des calculs avec un maillage axial de 2,5 cm ont pu être fait dans d'autres configurations de paramètres, et le calcul est encore plus proche de la référence TRIPOLI. On n'observe pas de divergence du calcul avec le raffinement axial avec MINARET.

Le maillage radial demande plus de tâtonnements pour devenir optimal : comme expliqué précédemment, l'utilisateur ne possède pas un contrôle total sur le découpage en triangles, notamment avec la base trapèze. Il faut donc jouer sur les paramètres de taille et de raffinement de maillage, jusqu'à trouver une combinaison procurant une précision suffisante en un temps de calcul raisonnable. Le graphique suivant montre les effets combinés du nombre de

mailles radiales et de l'ordre des éléments finis, sur tous les cas du benchmark Vidange, en S4 (36 directions angulaires), DGLP\_11, mailles axiales de 5 cm, accélération DSA activée.

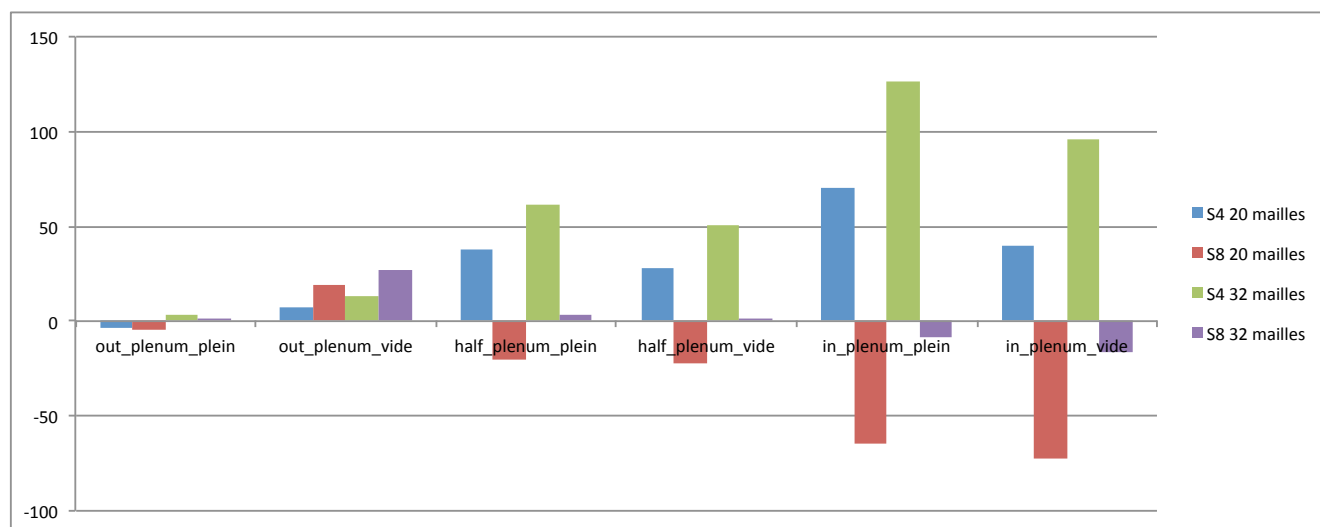


Figure 3.7 Effet du maillage radial et de l'OEF pour MINARET

Le caractère oscillant du comportement est assez évident ; l'option la plus précise semble être le S8 avec 32 triangles, mais cette option est très coûteuse en temps (entre 8000 et 13000 secondes de calcul selon les cas, soit 7 fois plus que le S4 avec 20 triangles).

L'option retenue pour le calcul final est 32 triangles (Radial Mesh Size = 30, Radial Subdivision = 1), en S4 ou S8 selon la précision recherchée, avec des triangles à côtés droits, d'angle maximum 60 degrés ; mais d'autres critères peuvent convenir selon les géométries. Le choix optimal revient à l'utilisateur.

#### Nombre de directions angulaires

Le nombre de directions angulaires a un effet important sur la précision du résultat et le temps de calcul. Sur un benchmark aussi simple, on serait tenté de garder l'option donnant la meilleure précision, car les temps de calcul restent raisonnables. Mais il faut garder à l'esprit que les calculs de gros cœurs demandent des ressources importantes. Un calcul S4 serait donc un bon compromis précision/rapidité. Le tableau suivant regroupe les résultats obtenus sur le cas barres retirées et plénum plein du benchmark Vidange, en DGLP\_11, maille axiale de 5 cm, 32 triangles, DSA activée.

Tableau 3.8 Effet de la discrétisation angulaire pour MINARET

$S_N$	Nombre de directions	Ecart Tripoli (pcm)	Temps (s)
S4	36	4	2684
S8	120	2	8518
S16	432	-5	33018

Au vu des temps de calcul, on décide de réserver le S8 aux calculs petits cœurs, et le S4 aux grands cœurs.

#### Accélération par diffusion (DSA)

Une accélération synthétique est disponible avec ce solveur, qui consiste à accélérer les itérations de source en estimant l'erreur après chaque itération de transport [11]. Elle permet donc d'économiser quelques itérations de calcul sans détériorer la précision du résultat. Un exemple sur le cas barres retirées et plénum plein, en S4 DGLP\_11, Radial Mesh Size = 5cm, Radial Subdivision = 1, Angle maximum = 60 degrés.

Tableau 3.9 Effet DSA MINARET

DSA	Ecart Tripoli (pcm)	Temps (s)	Nombre d'itérations
non	-2	3545	17
oui ('P0')	-3	1769	10

En conclusion, on retiendra que le paramètre crucial pour le solveur MINARET est le maillage spatial, qui doit être suffisamment fin. Dans ce cas, des éléments finis d'ordre 1 suffisent. À noter également qu'une initialisation par un calcul " $SP_N$  simulé" est possible, mais n'a pas été testé pour ce benchmark.

#### **Solveur VARIANT $P_N$**

Le solveur VARIANT utilise deux méthodes : une résolution nodale variationnelle accélérée en  $P_N$  et  $SP_N$ . Il est donc particulièrement commode de faire des comparaisons entre les deux méthodes pour un même jeu de paramètres, qui se déclinent comme suit :

- l'ordre de la méthode
- l'approximation spatiale :
  - flux pair (nf = 0 à 6)
  - courant aux interfaces (nc = 0 à 2)

- source interne ( $ns = 0$  à  $6$ , mais il s'avère que  $ns=nc+1$  suffit)
- le raffinement axial (il n'y a pas de raffinement radial possible)

Enfin, l'effet de l'accélération ou non de l'algorithme a été quantifié. À noter que les calculs VARIANT sont rapides, et qu'il n'a pas été nécessaire de les faire sur tiers de cœur, comme c'était le cas pour les deux solveurs  $S_N$  précédents. Nous présentons ici le comportement du solveur  $P_N$ , qui est le seul de cette étude ; les résultats  $SP_N$  seront donnés à la prochaine section.

Pour le benchmark Takeda, une première série de paramètres a été testée afin de choisir une configuration optimale du solveur. Puis, afin d'anticiper le passage à des calculs gros cœurs, une deuxième option a été retenue, procurant un résultat de moins bonne précision mais plus rapide. Un tableau regroupant l'ensemble des valeurs testées peut être trouvé dans l'annexe B.

La première étape consiste à trouver le triplet d'approximation spatiale le plus performant, les autres paramètres restant fixés. La notation utilisée ici sera la suivante : le triplet "nf-nc-ns" correspond à :

- nf : ordre de développement du flux pair
- nc : ordre de développement du courant aux interfaces
- ns : ordre de développement de la source interne

Il s'avère que le triplet optimal est différent selon l'ordre de la méthode. Une tendance qui semble subsister quel que soit l'ordre du calcul est la mauvaise précision des résultats calculés avec un courant aux interfaces supposé constant ( $nc=0$ ). Les résultats sont d'ailleurs trop éloignés de la référence pour être représentés. Les triplets retenus sur le critère de la précision sont donc : P5-412 pour les calculs petit cœur, et P3-612 pour les calculs gros cœur.

L'ordre des harmoniques sphériques est habituellement limité à 5 dans VARIANT, mais il a été possible de pousser jusqu'à un ordre 9 avec une version de VARIANT10 provisoire (le graphique ci-après montre l'évolution d'un  $P_N$  412). Il y a bien convergence, mais pas vers la référence TRIPOLI, certainement à cause d'un découpage spatial insuffisant. On observe un fort effet entre P3 et P5, puis la convergence est presque atteinte pour les ordres supérieurs.

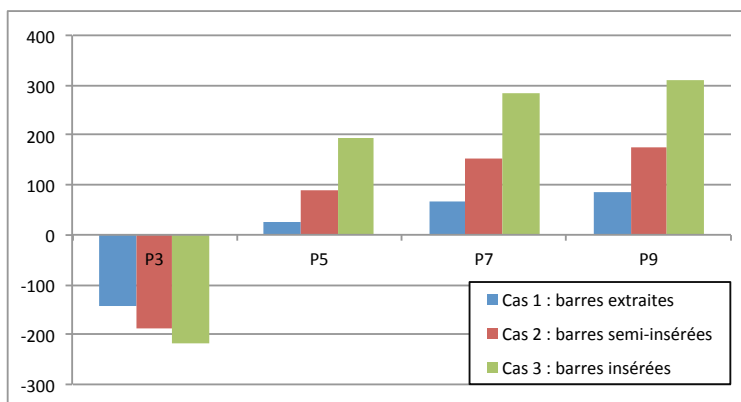


Figure 3.8 Convergence VARIANT  $P_N$  412 avec l'ordre de la méthode

### Raffinement axial

Contrairement aux autres solveurs, le raffinement de la maille axiale avec VARIANT ne fait pas converger le résultat vers la référence Tripoli, même pour des ordres élevés. Il semble y avoir une instabilité du solveur, probablement due au design particulier du benchmark Takeda.

Tableau 3.10 Effet du raffinement axial pour VARIANT  $P_N$

Cas Takeda	Paramètres VARIANT	Taille maille axiale (cm)	Écart $k_{eff}$ Tripoli (pcm)	Temps (s)
Barres retirées	P5 412	5	25	208
		2,5	13868	768
		1,25	25554	1520
Barres semi-insérées	P5 412	5	87	168
		2,5	1042	765
Barres insérées	P5 412	5	193	199
		2,5	-3094	771
	P5 623	5	-151	960
		2,5	-5347	2637

La taille de la maille axiale utilisée pour les calculs Takeda est donc 5cm, qui est le maximum permis par le mode de description de la géométrie dans VARIANT, concernant ce design en particulier. Des calculs sur grands cœurs seraient certainement plus stables et permettraient une convergence avec le raffinement de la maille axiale, mais cela reste à vérifier.

### Accélération

Les résultats précédents ont été obtenus avec le module AVNM, dans lequel l'algorithme de résolution de VARIANT est accélérée par une méthode proche de la DSA. Le principe est d'opérer une transformation des variables afin d'obtenir des matrices dont les termes sont disposés en blocs diagonaux. Cela réduit sensiblement le nombre d'opérations à faire au cours de la résolution, et donc le temps de calcul. D'autre part, comme la transformation des variables est orthogonales, la précision du résultat n'est pas dégradée. L'effet de cette accélération a été évaluée indépendamment des autres paramètres, et on présente ici également l'effet en  $SP_N$ .

La méthode permet une accélération de deux à trois fois en  $P_N$ , mais n'a aucun effet en diffusion ou pour des courants constants.

Tableau 3.11 Effet de l'accélération du module AVNM

Paramètres d'espace	Module accéléré AVNM			Module VARIANT		
	Cas de barre	Ecart Tripoli (pcm)	Temps (s)	Cas de barre	Ecart Tripoli (pcm)	Temps (s)
P3 612	1 (in)	-124	49	1 (in)	-124	92
	2 (half)	-160	44	2 (half)	-160	80
	3 (in)	-173	44	3 (in)	-173	80
P5 412	1 (in)	25	207	1 (in)	25	601
	2 (half)	87	168	2 (half)	87	487
	3 (in)	193	200	3 (in)	193	575
SP5 601	1 (in)	-189	21	1 (in)	-189	20
	2 (half)	-76	20	2 (half)	-76	20
	3 (in)	-43	20	3 (in)	-43	20

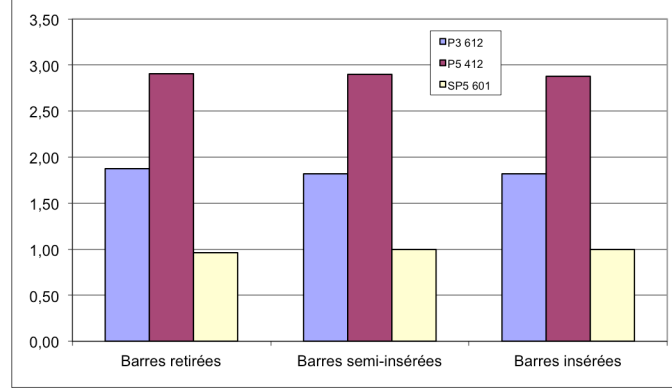


Figure 3.9 Rapport de temps de calcul entre VARIANT et AVNM

En résumé, deux configurations des paramètres sont préconisées pour le benchmark Takeda, selon l'objectif du calcul :

- un calcul *précis* sera obtenu en P5 412, pour un écart d'environ 100pcm sur le  $k_{eff}$  de référence, en un peu plus de 3 minutes avec le module AVNM
- un calcul *rapide* sera obtenu en P3 612, pour un écart d'environ -150pcm sur le  $k_{eff}$  de référence, en 45 secondes avec le module AVNM

Dans les deux cas, la maille axiale devra être de 5 cm. À noter que la deuxième option, moins précise, s'est révélée insuffisante pour l'étude du benchmark Vidange.

### Solveur VARIANT $SP_N$

Le solveur est pratiquement le même que le VARIANT  $P_N$  précédent, à la seule différence que le développement angulaire des inconnues se fait sur une base d'harmoniques sphériques *simplifié*. Les paramètres sont identiques à ceux déjà présentés pour ce solveur, nous ne présenterons ici que les différences notables.

Alors que les triplets pour lesquels le courant aux interfaces est constant ( $nc=Y=0$ ) donnaient les résultats les moins précis en  $P_N$ , ce sera la meilleure configuration en  $SP_N$ . D'autre part, il n'est pas nécessaire de donner différentes recommandations pour petit et gros cœurs, car le critère de temps de calcul ne s'applique plus ici : le  $SP5$  est déjà satisfaisant en terme de rapidité. Le triplet retenu est donc le suivant : SP5-601 (le détail des résultats pour les autres triplets peut être trouvé dans l'annexe B).

Une méthode  $SP_N$  converge vers une solution, mais pas vers la solution exacte. Selon le cas de barre, l'écart de la solution à la référence n'est pas le même, ce qui va se retrouver au niveau de l'effet de barre. La figure 3.10 montre les différentes évolutions des cas de barre avec l'ordre de la méthode.

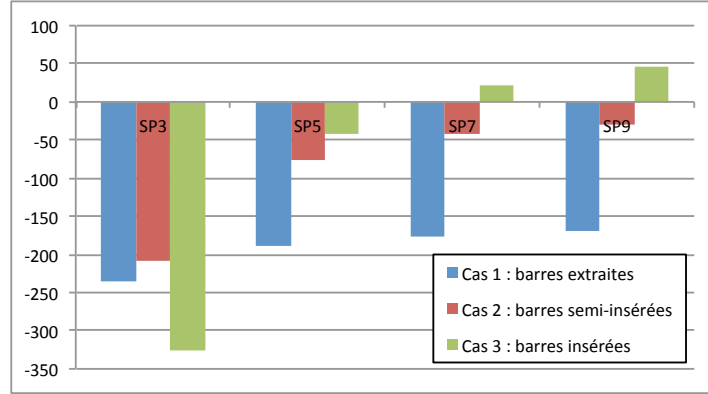


Figure 3.10 Convergence VARIANT  $SP_N$  avec l'ordre de la méthode

Le même problème qu'en  $P_N$  se pose lorsqu'on tente de raffiner la maille axiale. Celle-ci doit donc, pour les mêmes raisons que précédemment, être de 5cm. Quant à l'effet sur le temps de calcul du module AVNM, il n'y en a aucun pour ce triplet spatial comme déjà indiqué dans la section précédente (nommément pour  $nc=0$ ).

## Solveur TRIVAC

Le deuxième solveur  $SP_N$  de l'étude utilise des équations différentes de celles de VARIANT  $SP_N$ , et se rapproche plutôt du solveur MINOS. La formulation des équations utilise la méthode de Raviart-Thomas-Schneider couplée à des éléments finis mixtes duaux. Les paramètres du solveur sont donc les suivants :

- l'ordre d'expansion angulaire  $n$
- l'ordre des éléments finis  $ielem$
- le raffinement spatial (axial *splitz*, et radial *isplh*)

Les effets des différents paramètres sont très liés dans ce solveur, et l'effet sur le comportement du solveur induit par chacun d'entre eux va être montré ici à des valeurs fixées arbitrairement pour les autres paramètres. Le but est de montrer le comportement du solveur



pour *une* variation d'un paramètre, mais il faut garder à l'esprit que ce comportement, ou tout au moins l'amplitude des effets observés, dépend de la valeur choisie pour les autres paramètres. C'était déjà le cas dans une moindre mesure pour les solveurs présentés précédemment, mais en particulier pour TRIVAC.

### Raffinement axial

Le raffinement axial permet d'améliorer à 400 pcm la précision sur le  $k_{eff}$ . Comme expliqué dans le chapitre précédent, le raffinement se fait en subdivisant les couches axiales définies lors de la description initiale de la géométrie dans le jeu de données, en partant du plancher du réacteur.

L'étude a été faite sur le cas 1 (barres retirées), et les deux autres cas ont été calculés avec la configuration déterminée comme optimale d'après le premier cas. Cette hypothèse selon laquelle le découpage axial optimal sera le même quelque soit le cas de barre a dû être prise car il était trop laborieux de refaire l'étude pour chaque cas de barre. Cependant il est possible que la meilleure configuration ne soit pas la même selon le cas de barre.

Les résultats ont été obtenus pour un critère de convergence d'itération externe de  $1 \cdot 10^{-5}$ , alors que le critère utilisé pour la valeur finale de référence TRIVAC est  $1 \cdot 10^{-4}$ . Cela n'a pas d'incidence sur la précision du résultat, en revanche les temps de calcul sont environ deux fois plus longs. Ils sont donnés à titre d'exemple, afin de voir *l'évolution* du temps de calcul avec le raffinement axial.

Les paramètres complets pour cette étude sont : ielem=2, quadrature Gauss-Legendre, isplh=1,  $\epsilon = 1 \cdot 10^{-5}$ .

Tableau 3.12 Effet du raffinement axial pour TRIVAC

Cas de barre	SP <sub>n</sub>	SPLITZ	Écart Tripoli (pcm)	Temps (s)
Barres retirées	SP3	no SPLITZ	-803	47
		2 2 2 2 2	-432	101
		3 2 2 2 3	-432	118
		3 2 3 2 3	-411	132
		4 2 3 2 4	-411	152
		4 2 4 2 4	-408	165
		4 2 6 2 4	-407	185
	SP5	no SPLITZ	-756	154
		2 2 2 2 2	-384	513
		3 2 2 2 3	-383	373
		3 2 3 2 3	-365	403
		4 2 3 2 4	-365	468
		4 2 4 2 4	-361	502
		4 2 6 2 4	-360	578
Barres semi-insérées	SP5	3 2 2 2 2 1 3	-245	496
Barres retirées	SP5	3 2 3 2 3	55	410

Un bon compromis précision/rapidité est atteint pour 'SPLITZ 3 2 3 2 3', qui correspond à 13 plans axiaux, d'environ 15-20 cm de hauteur. Les résultats sont donnés en SP5 ; l'étude de l'ordre de la méthode sera donnée plus loin.

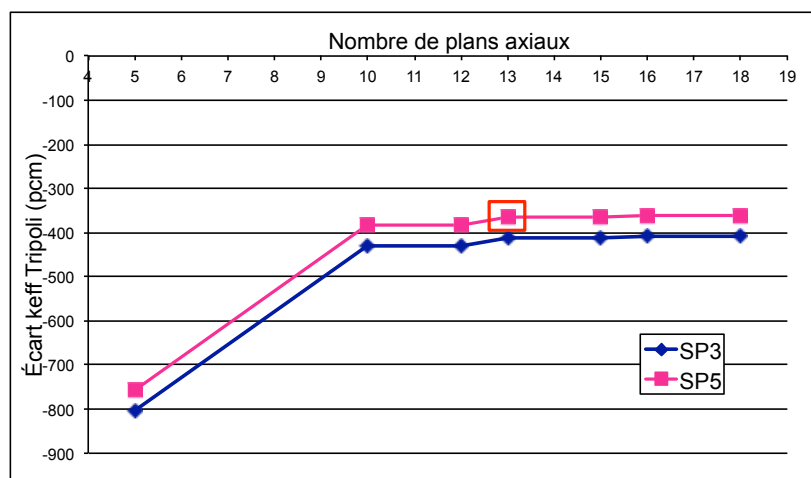


Figure 3.11 Effet du raffinement axial sur la précision avec TRIVAC

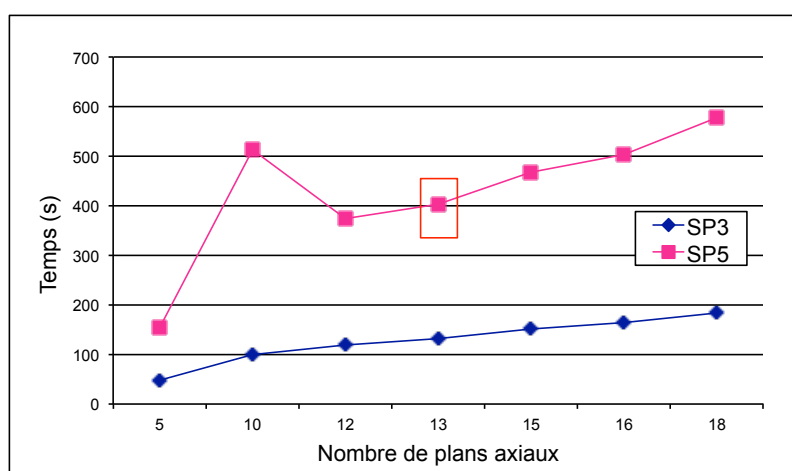


Figure 3.12 Effet du raffinement axial sur le temps de calcul avec TRIVAC

Les deux autres cas de barre ont été calculés pour une configuration similaire (la description de la géométrie est différente dans le cas 2, car il y a besoin de plus de plans axiaux ; le découpage est alors 'SPLITZ 3 2 2 2 2 1 3', soit 15 plans axiaux).

### Raffinement radial

Ci-dessous l'évolution de l'écart à la référence Tripoli avec le raffinement radial pour les trois cas de barre, en SP3 et SP5. Il est intéressant de noter pour commencer que les courbes sont les mêmes en SP3 et SP5, mais translatées. L'effet du raffinement axial ne dépend donc

pas de l'ordre de la méthode pour cette configuration de paramètres.

En revanche, la convergence devait être à peu près atteinte pour les autres paramètres, car l'amplitude de l'effet est assez faible (100 pcm au maximum), et ne rapproche pas forcément le  $k_{eff}$  de la référence Tripoli. Cependant, les courbes sont translatées vers la référence Tripoli avec l'augmentation de l'ordre de la méthode. Pour d'autres valeurs des paramètres d'éléments finis et angulaires moins élevés, l'effet du raffinement radial était beaucoup plus important, et permettait de se rapprocher de la référence Tripoli.

Les résultats présentés ici ont été obtenus pour des éléments finis d'ordre 2, et un 'SPLITZ 3 2 3 2 3'.

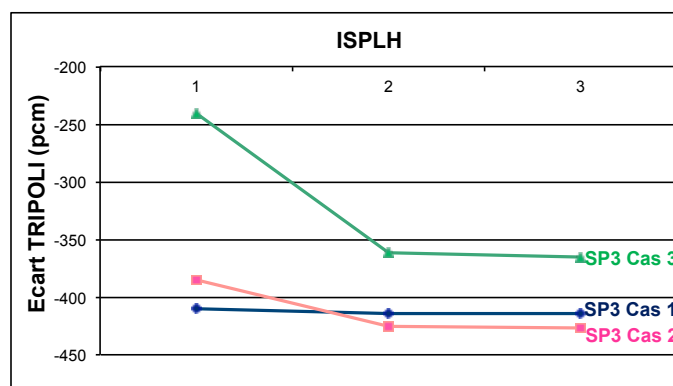


Figure 3.13 Effet du raffinement radial en SP3 avec TRIVAC



Figure 3.14 Effet du raffinement radial en SP5 avec TRIVAC

Le critère pertinent ici est le temps de calcul, qui subit une forte augmentation avec le raffinement radial (le facteur de multiplication est de près de 10 entre ISPLH=1 et ISPLH=2). Les détails se trouvent en annexe. Il est donc recommandé d'effectuer les calculs avec un raffinement radial minimum (ISPLH=1), à condition d'être assez convergé sur les autres paramètres.

#### Ordre des éléments finis

L'ordre des éléments finis a un effet très important sur la précision du calcul : des éléments finis quadratiques représentent un gain de 700 à 1000 pcm (en fonction du raffinement radial) par rapport à des éléments finis linéaires. D'autre part, on obtient un meilleur gain en précision que lorsqu'on raffine spatialement, pour un investissement en temps moins important. Ici l'effet d'une augmentation de l'OEF sur le cas 1 (barres retirées), en SP3 et SP5, avec un maillage axial assez fin (SPLITZ 3 2 3 2 3) et le maillage radial préconisé (ISPLH=1).

Tableau 3.13 Effet de l'OEF pour TRIVAC

ielem	Ordre SPn	Écart Tripoli (pcm)	Temps (s)
1	SP3	-1364	33
	SP5	-1321	141
2	SP3	-411	201
	SP5	-365	634
3	SP3	-410	740
	SP5	-365	2055

Le meilleur compromis semble être  $IELEM = 2$ , car l'ordre 3 n'apporte pas de meilleure précision et multiplie par plus de 3 le temps de calcul.

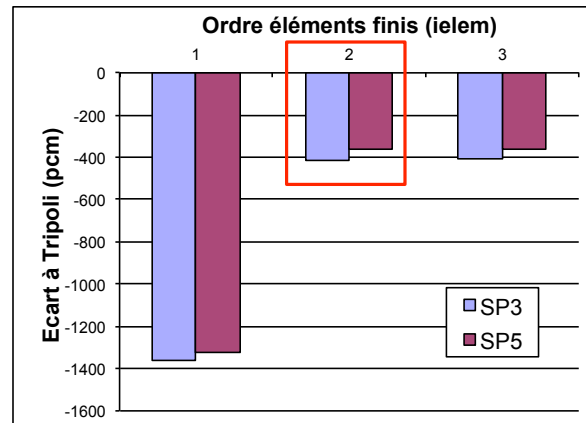


Figure 3.15 Effet OEF sur la précision avec TRIVAC

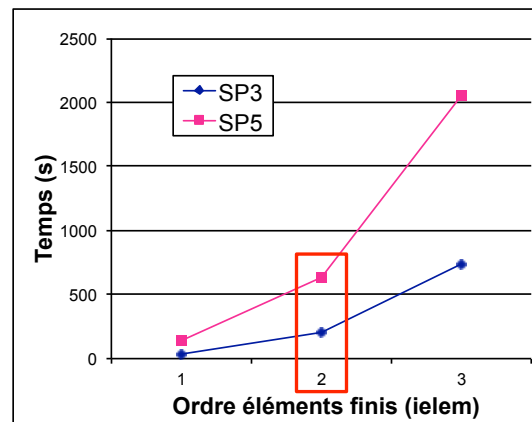


Figure 3.16 Effet OEF sur le temps de calcul avec TRIVAC

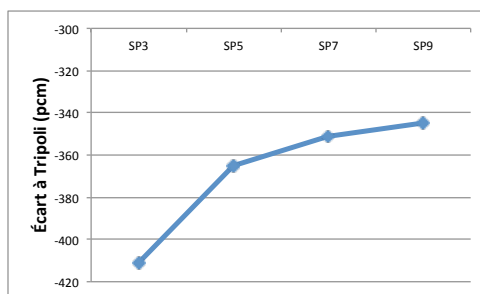
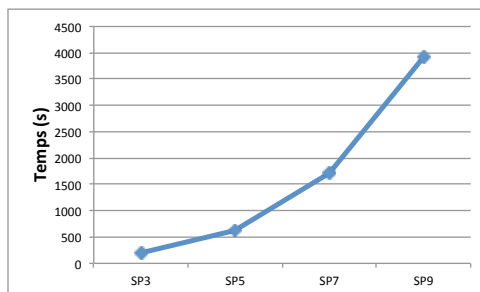
### Ordre de la méthode

Cela correspond à l'ordre de développement de la variable angulaire en harmoniques sphériques simplifiées. Traditionnellement, les calculs ne dépassent jamais un ordre 7, par manque de représentativité de la méthode à des ordres élevés.

Les résultats donnés ici ont été calculés pour le cas 1, avec des éléments finis d'ordre 2 (ielem), un maillage axial 'SPLIT 3 2 3 2 3', et un maillage radial à 3 losanges par hexagone (ISPLH=1).

Tableau 3.14 Effet de l'ordre de la méthode pour TRIVAC

SPn	Écart Tripoli (pcm)	Temps (s)
SP3	-411	201
SP5	- 365	634
SP7	-351	1712
SP9	-345	3924

Figure 3.17 Effet de l'ordre de la méthode  $SP_N$  sur la précision avec TRIVACFigure 3.18 Effet de l'ordre de la méthode  $SP_N$  sur le temps de calcul avec TRIVAC

En conclusion, il semble plus pertinent de jouer sur l'ordre des éléments finis que sur le raffinement spatial avec TRIVAC. Il reste cependant que les paramètres sont fortement inter-dépendants. Plus que pour aucun autre des solveurs de cette étude, il revient ici à l'utilisateur de faire le meilleur choix pour son calcul.

## Solveur MINOS

Le dernier solveur  $SP_N$  fait partie du code APOLLO3 et est très similaire au solveur TRI-VAC. La différence entre les résultats obtenus avec ces deux outils va résider essentiellement dans le découpage radial de l'espace : en effet, MINOS ne permet à l'heure actuelle qu'un découpage en 4 trapèzes pour un assemblage hexagonal, sans possibilité de raffinement. D'autre part, on rappelle ici que les calculs avec condition de vide n'ont pas pu être réalisés pour des ordres supérieurs à  $SP_3$ , et qu'il a fallu les extrapoler à partir de calculs avec condition de *flux nul*.

Les paramètres étudiés pour ce solveur sont les suivants :

- l'ordre de la méthode
- l'ordre des éléments finis (en radial et axial)
- le raffinement axial

Comme pour le solveur MINARET, l'étude du comportement du solveur MINOS a été réalisée sur le benchmark Vidange, sans que cela altère la validité des conclusions.

### Raffinement axial

Le raffinement axial permet de converger plus rapidement, et des mailles de 15 cm suffisent. Ci-après les résultats pour le cas barres retirées, plénum plein, en  $SP_3$ , pour des éléments finis d'ordre 1 en radial et axial. Ces résultats ont été obtenus avec condition de flux nul.

Tableau 3.15 Raffinement axial pour MINOS

Découpage axial	Écart Tripoli (pcm)	Temps (s)
Ø	-514	17
15 cm	-483	39
5 cm	-482	132



### Ordre des éléments finis

Dans MINOS, on observe une distinction entre les éléments finis appliqués en radial et en axial. Augmenter les OEF permet de manière générale de s'approcher de la référence Monte-Carlo. Cependant plusieurs éléments importants, observés sur le benchmark Vidange, sont à noter :

- c'est l'OEF axial qui apporte une amélioration dans le calcul ; l'OEF radial n'a pas d'effet sur la précision, et augmente le temps de calcul
- si le découpage axial est insuffisant, augmenter l'OEF axial va rapprocher le résultat de la référence. Mais les temps de calcul sont plus faibles si l'on choisit d'abord de raffiner axialement, et de plus, il s'avère qu'augmenter l'OEF n'est pas suffisant en situation de plénum vidangé et barres insérées.

En conclusion, des éléments finis d'ordre 1 suffisent à la condition que la géométrie soit suffisamment raffinée, et on privilégiera cette alternative autant d'un point de vue précision que temps de calcul. Ce comportement se rapproche de celui du solveur MINARET, lui aussi inclus dans le code APOLLO3.

Ci-après les résultats pour le cas barres retirées, plénum plein, en SP3, pour différents maillages axiaux, et une condition de flux nul aux frontières.

Tableau 3.16 Effet OEF pour MINOS

Maillage z	OEF xy	OEF z	Écart Tripoli (pcm)	Temps (s)
$\emptyset$	1	1	-514	17
	1	2	-482	30
	2	1	-516	55
	2	2	-485	102
15 cm	1	1	-483	39
	1	2	-482	70
	2	1	-486	133
	2	2	-484	242

Les meilleurs résultats obtenus sont repérés par un couleur grisée dans le tableau, mais comme dit précédemment, seule l'option raffinée axialement est retenue, car elle est indispensable pour le calcul du plénum vidangé. La préconisation est donc : mailles axiales de 15 cm, et éléments finis d'ordre 1.

### Ordre de la méthode

On rappelle que la méthode  $SP_N$  ne converge pas vers la solution analytique lorsque l'ordre de la méthode augmente. On préfère donc se limiter à des ordres peu élevés. En plénum plein, le SP5 représente encore une amélioration par rapport au SP3, pour un temps de calcul raisonnable. Cependant, ce n'est plus le cas en plénum vidangé. Les résultats seront donc donnés en SP3 et SP5 dans le chapitre suivant. À noter que les résultats SP1 sont très éloignés de la référence (d'au moins 2000pcm).

En conclusion, pour ce solveur il semble bénéfique de privilégier le raffinement axial plutôt que l'augmentation de l'OEF, autant pour le temps de calcul que la précision.

## CHAPITRE 4

### INTERCOMPARAISON DES SOLVEURS ET SYNTHÈSE DES RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Cette partie présente les résultats des solveurs déterministes, obtenus pour les paramètres optimaux déterminés dans le chapitre précédent, en essayant d'avoir des configurations comparables autant que possible. Les deux benchmarks de cette étude sont le Takeda modèle 4, et le benchmark Vidange. La référence utilisée pour évaluer la précision des résultats est calculée avec le code Monte-Carlo TRIPOLI4.

Les données d'intérêt sont :

- la précision du calcul du  $k_{eff}$
- la précision du calcul des nappes de puissance
- l'écart sur les taux de réaction
- l'efficacité de barre
- l'effet de vidange
- le temps de calcul

Comme il a été montré dans le chapitre précédent, les solveurs ne sont pas sensibles aux mêmes paramètres, et ceux-ci ne sont pas tous disponibles dans tous les solveurs. Il a donc fallu faire un compromis et trouver des situations de calcul les plus proches possibles. En particulier, les techniques d'accélération ont dû être prises en compte afin de "normaliser" les temps de calcul, c'est-à-dire se ramener à une situation de calcul avec un seul processeur, pour un cœur entier, sans initialisation et en "éteignant" toute option d'accélération dans le code. Une exception a été faite pour les calculs  $S_N$  qui auraient été beaucoup trop longs sans leur technique d'accélération. Il n'a pas été possible de vérifier que les méthodes d'accélération utilisées dans les deux solveurs  $S_N$  étaient équivalentes, mais nous avons tout de même choisi de comparer les résultats avec accélération.

Un autre point à remarquer avant de donner le détail des résultats, est que l'insertion des barres de contrôle va éloigner ou rapprocher le résultat de la référence TRIPOLI, selon le solveur et l'ordre de la méthode. L'écart peut être assez important (jusqu'à 400 pcm en SP5 pour TRIVAC sur le benchmark Takeda par exemple). Une telle sensibilité provient sans doute de la géométrie du benchmark, qui est un petit cœur, où les gradients provoqués par

les changements de milieux sont concentrés sur une plus petite échelle que dans un grand cœur, et donc où les effets de compensation sont peu ou pas du tout existants. L'effet de l'insertion des barres de contrôle est quantifié par l'*efficacité de barre*. L'un des objectifs de cette étude était également de voir l'impact d'une vidange sodium sur l'efficacité de barre. Tous ces phénomènes sont discutés ci-après.

#### 4.1 Paramètres des solveurs

Avant de donner les tableaux et graphiques regroupant les résultats, on rappelle ici les paramètres utilisés dans chaque solveur pour obtenir les résultats finaux :

- SNATCH : S4 (Sn2-2-1) et S8 (Sn2-4-2), sans raffinement spatial (3 losanges par hexagone, mailles axiales de la géométrie), initialisation en Sn2-4-2, et aussi en Sn2-2-1 pour le benchmark Vidange
- MINARET : S4 et S8, quadrature *HEXAGONAL\_LS\_C*, *DGLP\_11*, mailles  $z = 5$  cm, 32 triangles par hexagone sur base trapèze
- VARIANT : P3 612, et pour  $n \geq 5$  Pn412, SP3 et SP5 601, mailles  $z = 5$  cm, hexagone plein
- TRIVAC : SP3 et SP5, précision  $1 \cdot 10^{-4}$ , mailles  $z = 15$  cm, ISPLH = 1 (3 losanges), OEF = 2
- MINOS : SP3 et SP5, OEF = 1, mailles  $z = 15$  cm

#### 4.2 Benchmark Takeda Modèle 4

L'intérêt de ce benchmark est d'évaluer la performance des différents solveurs en fonction des barres de contrôle dans le cœur. Afin de voir dans quel milieu se trouvent les écarts les plus grands, on a comparé les taux de capture. L'efficacité des barres de contrôle est également calculée, et on compare cette valeur à celle calculée par la référence Monte-Carlo. Enfin, les temps de calcul sont relevés pour chaque solveur. Les annexes A à E donnent plus de détails pour les différents solveurs sur ce benchmark.

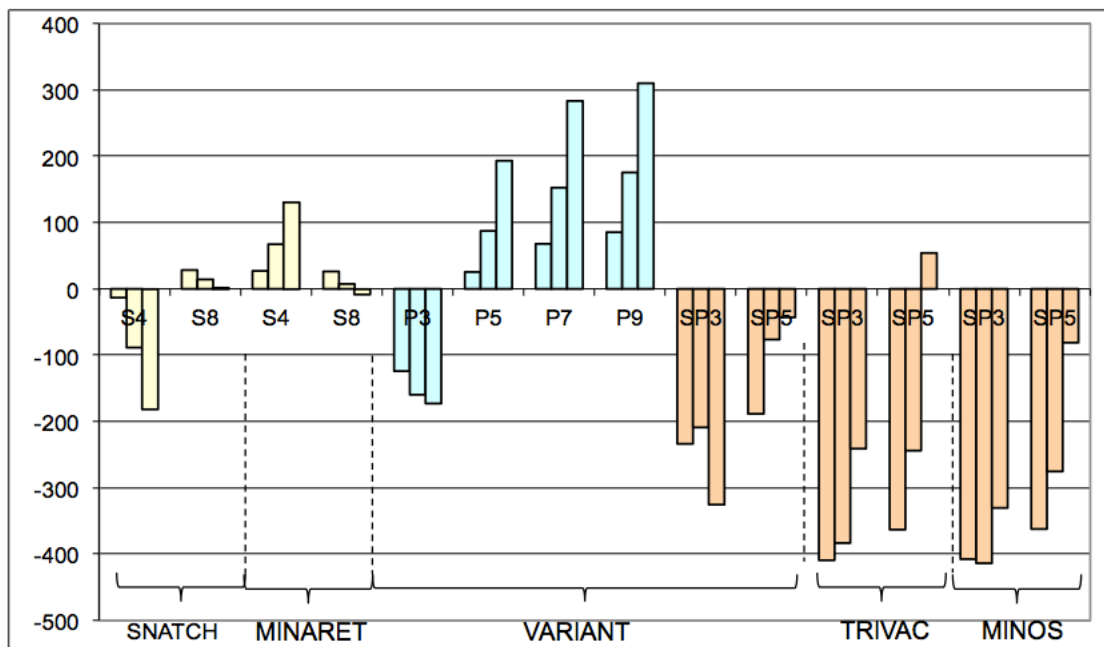
##### 4.2.1 Calcul du $k_{eff}$

La valeur du  $k_{eff}$  est l'un des premiers résultats observés dans un calcul, car elle résume l'état du réacteur, et donne une première idée de la validité du calcul quand on compare à une référence Monte-Carlo. Pour cette étude, les références ont été calculées avec le code TRIPOLI, et les valeurs sont les suivantes :

Tableau 4.1 Valeurs de référence TRIPOLI pour le benchmark Takeda

	$k_{eff}$
Cas 1 : barres retirées	1,09484
Cas 2 : barres semi-insérées	0,98323
Cas 3 : barres insérées	0,87966

Les valeurs des  $k_{eff}$  calculés par les solveurs déterministes peuvent être trouvées dans l'annexe A, et les écarts par rapport aux références TRIPOLI pour chaque cas de barre sont donnés dans le graphique suivant. Chaque triplet de barre pour chaque solveur correspond aux trois cas de barre (dans l'ordre : barres retirées, barres semi-insérées, barres insérées). Le code couleur permet de regrouper par types de méthodes (jaune pour  $S_N$ , bleu pour  $P_N$ , et orange pour  $SP_N$ ).

Figure 4.1 Ecart sur le  $k_{eff}$  pour le benchmark Takeda Modèle 4

On observe clairement une oscillation dans les résultats : selon le solveur et l'ordre de la méthode, l'insertion de la barre va éloigner ou rapprocher le résultat de la référence. Une hiérarchie entre les solveurs commence à se dessiner : les méthodes  $S_N$  sont celles procurant la meilleure précision (écart de moins de 30 pcm en S8). Les méthodes  $SP_N$  sont peu précises et présentent une forte variabilité par rapport à l'insertion des barres. Enfin, les méthodes  $P_N$  ne convergent pas vers la référence, mais comme cela a été discuté auparavant, ce comportement

provient sans doute du maillage spatial qui n'est pas suffisamment raffiné.

### 4.2.2 Nappes de flux

Les valeurs du flux pour chaque groupe d'énergie représentent de manière plus complète l'état du réacteur à la fin du calcul, pour chaque cas de barre. Tous les codes donnent accès à cette donnée, mais le seul donnant une représentation visuelle est MINARET. Les diagrammes ci-dessous représentent une coupe axiale du réacteur, et les flux pour chaque groupe d'énergie. L'orientation du graphique est prise de sorte que l'origine corresponde à la côte minimale du motif. Des coupes radiales pour chaque groupe d'énergie peuvent être trouvées en annexe E. Ces graphiques ont été obtenus avec MINARET, en S8 *DGLP\_11* et des mailles axiales de 15 cm.

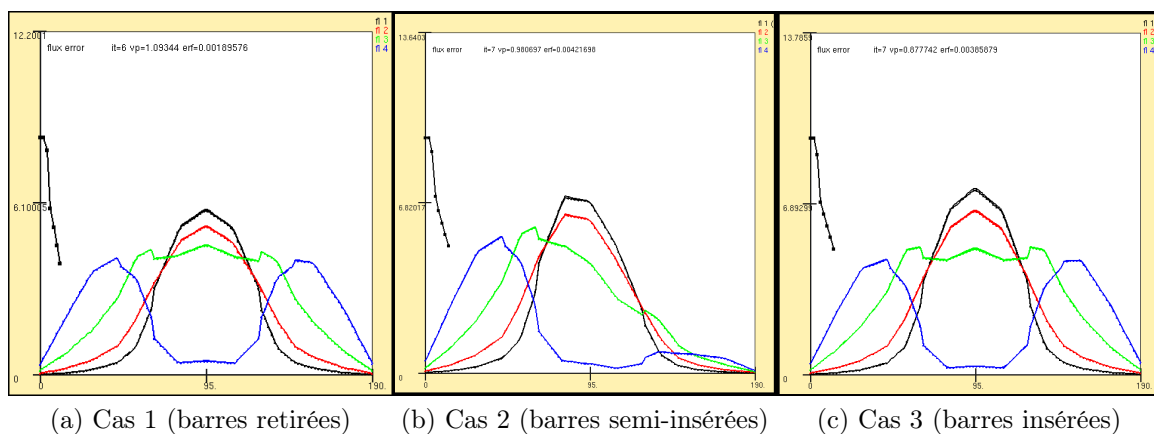


Figure 4.2 Nappes de flux en coupe axiale avec MINARET, benchmark Takeda

Le code couleur de ces graphiques est le suivant :

- groupe 1 : noir, domaine rapide (0,4 à 10,5 MeV)
- groupe 2 : rouge (46,4159 à 400 keV)
- groupe 3 : vert (2,15443 à 46,4159 keV)
- groupe 4 : bleu, domaine thermique (en dessous de 2,15443 keV)

L'affaissement du flux causé par l'insertion de la barre de contrôle se voit très clairement dans le cas 2. C'est la configuration de cœur la plus hétérogène. Dans tous les cas, les flux rapides restent concentrés au centre du réacteur, et sont presque annulés aux frontières grâce à l'action des modérateurs. Pour ce benchmark, le flux est parfaitement symétrique dans la direction axiale.

### 4.2.3 Taux de capture

Afin d'avoir une idée plus précise de l'endroit du réacteur où la solution présente le plus de différence par rapport à la référence, il peut être intéressant d'observer les taux de réaction dans chaque milieu. La section efficace de capture est calculée à partir des données du benchmark ( $\Sigma_{total}$ ,  $\Sigma_{production}$ , et les  $\Sigma_{g,scatt}$  pour  $g = 1$  à 4), de la manière suivante :

$$\Sigma_{capture} = \Sigma_{total} - \frac{1}{2,9} \Sigma_{production} - \sum_{g=1}^4 \Sigma_{g,scatt} \quad (4.1)$$

L'hypothèse prise ici est que le nombre moyen de neutrons produits par une fission est 2,9 (fissions dans le spectre rapide).

À partir de là, on peut calculer le taux de capture pour chaque matériau, et chaque groupe d'énergie :

$$\tau = \phi * \mathcal{V} * \Sigma_{capture} \quad (4.2)$$

où  $\phi$  est le flux du groupe  $g$  dans le milieu calculé par le code, et  $\mathcal{V}$  est le volume du milieu.

Les graphiques sur la page suivante montrent les écarts à la référence des taux de capture obtenus avec VARIANT P3, pour les trois cas de barres. Les taux calculés par les autres solveurs amènent essentiellement aux mêmes conclusions.

Les taux de capture désignent un milieu avec des écarts particulièrement élevés : le réflecteur avec modérateur, surtout pour le groupe 4 (thermique). La raison de cet écart est que le spectre varie beaucoup à mesure qu'il traverse le matériau à cause de la présence de modérateur. Le maillage utilisé sur ce milieu est donc insuffisant pour rendre compte de l'évolution du flux, et augmenter l'ordre des éléments finis ne permettrait pas de résoudre ce problème. Il faudrait donc raffiner le maillage dans le réflecteur avec modérateur.

Un autre milieu délicat est la barre de contrôle au fur et à mesure qu'elle est insérée dans le cœur.

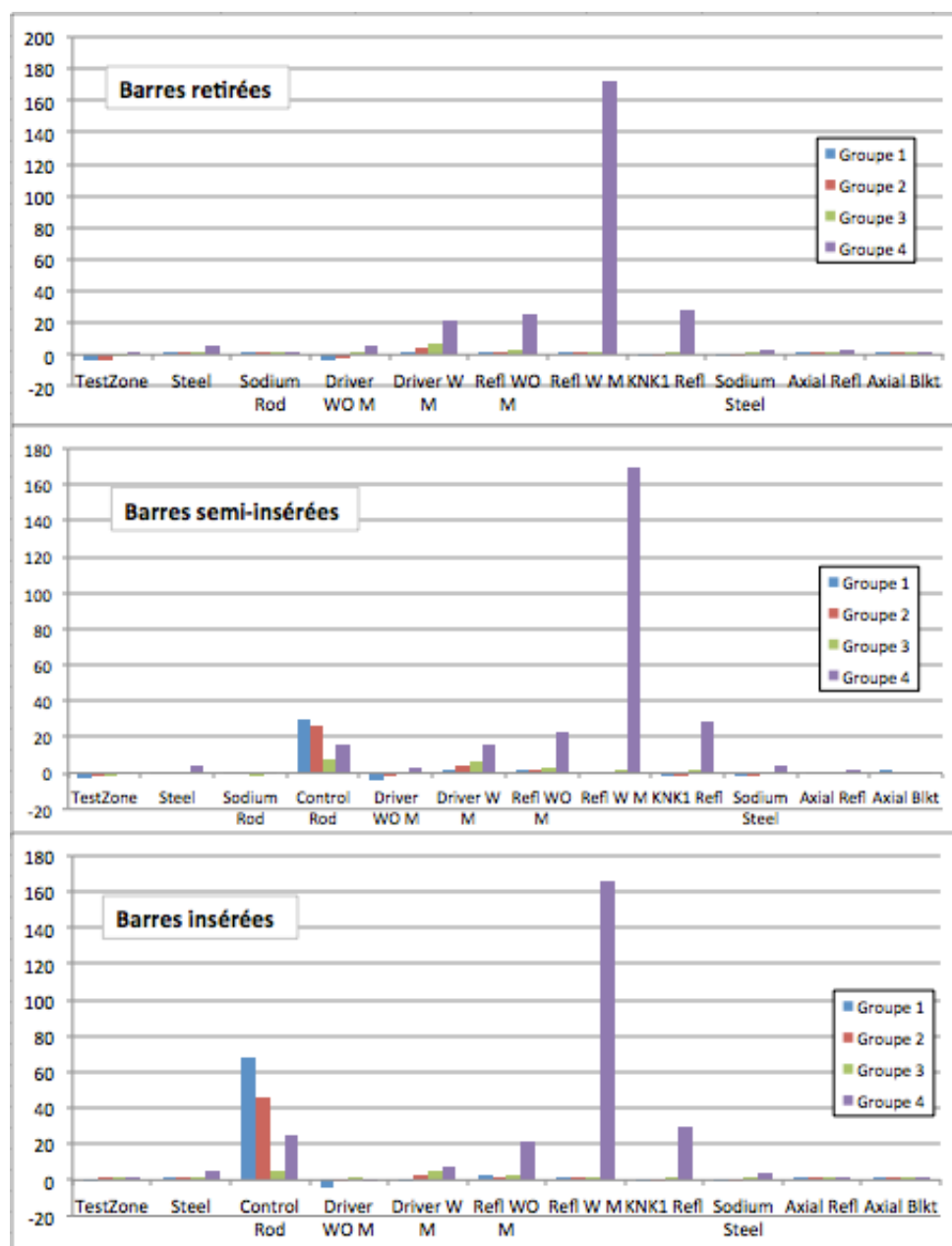


Figure 4.3 Écarts des taux de capture VARIANT P3, pour les trois cas de barre



#### 4.2.4 Efficacité de barre

Cette grandeur permet de quantifier l'effet de l'insertion de la barre de contrôle sur le  $k_{eff}$ . Elle est calculée à partir d'une situation de référence où la barre de contrôle est totalement retirée, et pour laquelle le  $k_{eff}$  est  $k_0$ . Elle est notée  $\rho$  et est calculée de la manière suivante :

$$\rho = \frac{1}{k_0} - \frac{1}{k_{barre}} \quad (4.3)$$

où  $k_{barre}$  est la valeur du  $k_{eff}$  dans la situation où la barre est insérée (totalement ou partiellement).

L'écart par rapport à l'efficacité de barre TRIPOLI est calculé avec cette formule (en pcm) :

$$\Delta\rho = (\rho_{Tripoli} - \rho_{code}) * 10^5 \quad (4.4)$$

ou en pourcentages :

$$\Delta\rho = \frac{\rho_{Tripoli} - \rho_{code}}{\rho_{Tripoli}} * 100 \quad (4.5)$$

Le graphique suivant montre ces écarts en pcm calculés pour tous les codes. Le détail des valeurs peut être retrouvé dans un tableau en annexe A. Les deux valeurs correspondent aux deux efficacités calculées (première valeur pour les barres semi-insérées, deuxième valeur pour les barres complètement insérées). La situation de référence pour les deux calculs est le cas avec barres retirées.

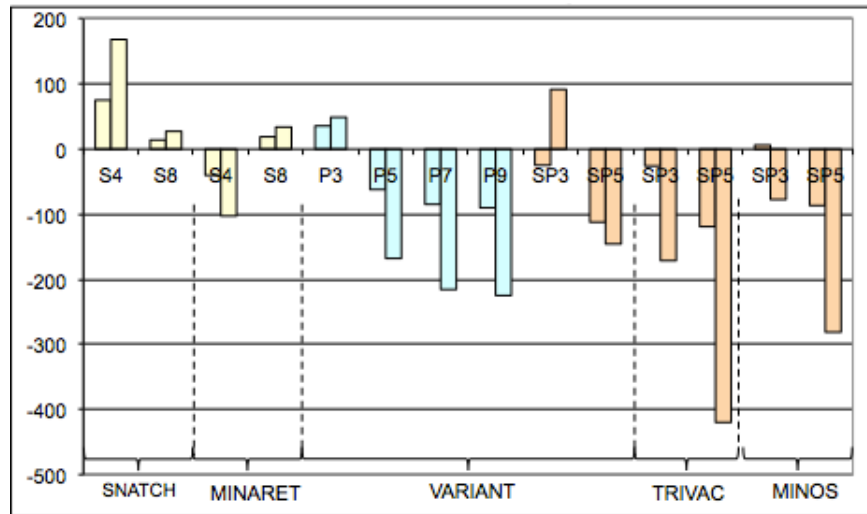


Figure 4.4 Écarts des efficacités de barres à la référence, en pcm, pour barre half et barre in

Il est intéressant de remarquer qu’il se produit un phénomène d’oscillation pour certains solveurs, comme il a été observé pour le  $k_{eff}$ . Cela se comprend bien, puisque l’efficacité de barres est calculée à partir du  $k_{eff}$ . Les résultats  $SP_N$  TRIVAC et MINOS présentent les plus gros écarts, en particulier lorsqu’on augmente l’ordre de la méthode (SP5 bien pire que SP3). Mais même si certains présentent des écarts jusqu’à 400 pcm (TRIVAC SP5), cela ne représente pas plus de 2% de la valeur de l’efficacité de référence. On peut donc considérer que l’efficacité de barre est bien calculée par l’ensemble des solveurs.

#### 4.2.5 Temps de calcul

Le dernier élément observé sur ce benchmark est le temps de calcul. C’est une des performances cruciales d’un code, car elle va généralement de pair avec la précision du résultat : plus un calcul sera proche de la référence, plus il demandera de temps et/ou de ressource machine. Toute la question est ensuite de trouver le meilleur compromis possible, en fonction des besoins de l’utilisateur et des ressources dont il dispose.

Les résultats présentés ici ont été ramenés à une situation nominale (calcul sur un seul processeur, pour un cœur entier, sans accélération ni initialisation du calcul, exception faite des résultats  $S_N$  pour lesquels l’accélération a été conservée). Il faut d’ailleurs présenter les résultats  $S_N$  dans un graphique séparé, car l’ordre de grandeur des temps de calcul est bien supérieur aux autres solveurs. Les trois points donnés pour chaque solveurs correspondent aux trois cas de barres, en commençant par le cas barres retirées (à côté de l’étiquette indiquant le nom du solveur, repéré en gras).

Le compromis coût/précision se voit clairement sur ces graphiques. Les méthodes  $S_N$  sont les plus précises, mais aussi les plus coûteuses. Les méthodes  $SP_N$  restent relativement rapides, mais présentent la plus grande amplitude d’écart à la référence TRIPOLI. Enfin, les méthodes  $P_N$  semblent offrir le meilleur compromis, mais comme il a été montré, elles sont peu stables sur cette géométrie. Il revient donc à l’utilisateur de faire un choix, en fonction des contraintes qu’il doit respecter, de la capacité de ses machines, et des options qu’il peut ajouter pour améliorer rapidité ou précision.

Une dernière remarque concerne le solveur TRIVAC : les calculs ont été réalisés avec un critère de convergence  $\epsilon = 10^{-5}$  au lieu de  $10^{-4}$  préconisé d’habitude. Les temps sont donc supérieurs à ce qu’ils pourraient être, en gardant la même précision sur les résultats.

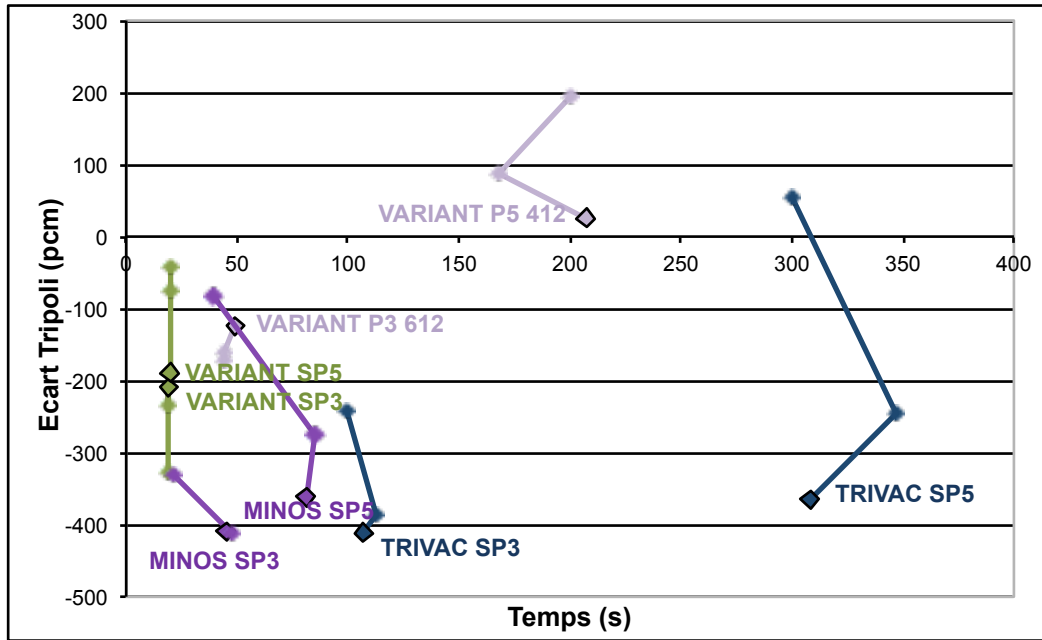


Figure 4.5 Temps de calcul pour le benchmark Takeda

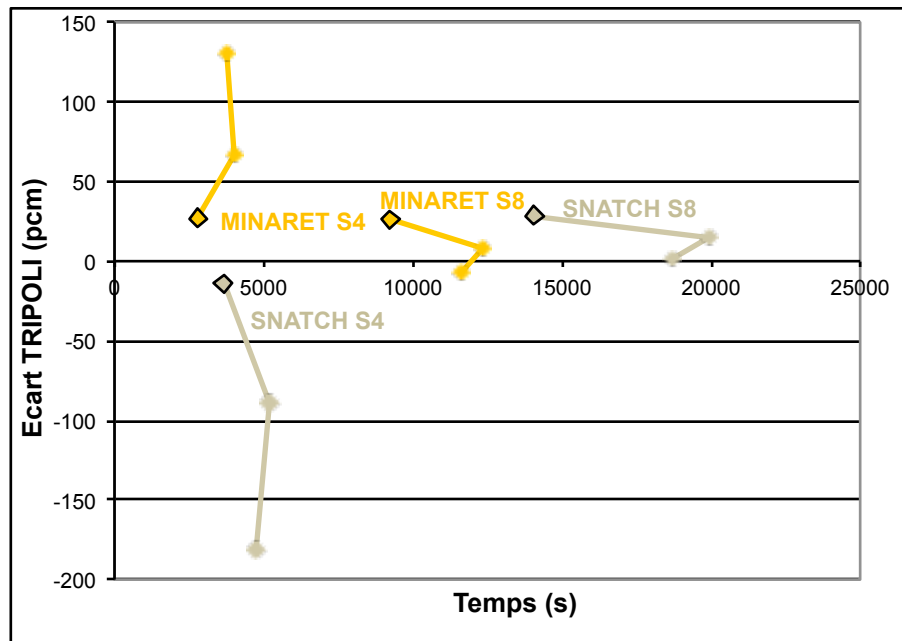


Figure 4.6 Temps de calcul des solveurs  $S_N$  pour le benchmark Takeda

### 4.3 Benchmark Vidange

Ce benchmark permet de mettre en évidence un deuxième élément crucial du concept SFR : l'effet de la vidange du plénum sodium situé au-dessus de la zone combustible sur le comportement du réacteur. Concrètement, la géométrie de ce benchmark provient du benchmark Takeda modèle 4, pour lequel on a remplacé les matériaux au-dessus de la Zone Test par un plénum sodium, considéré dans deux situations : plein et vidangé. L'insertion des barres de contrôle est encore prise en compte, ce qui fait un total de 6 cas à considérer. Les sections efficaces ont été obtenues avec ECCO à partir du concept CFV (annexe F).

Les grandeurs observées sont les mêmes que pour le benchmark Takeda : la valeur du  $k_{eff}$  et le temps de calcul. Les taux de capture ont également été relevés, mais ils ne présentent pas de différence majeure avec le benchmark Takeda, et donc ne seront pas détaillés ici. Enfin, l'effet de vidange sera calculé, couplé à l'effet des barres de contrôle.

#### 4.3.1 Calcul du $k_{eff}$

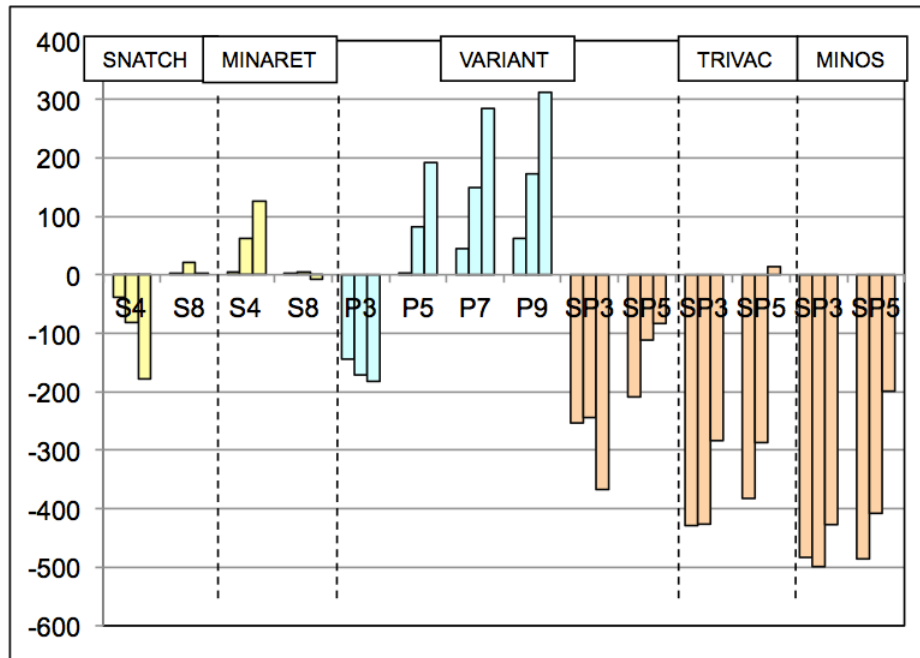
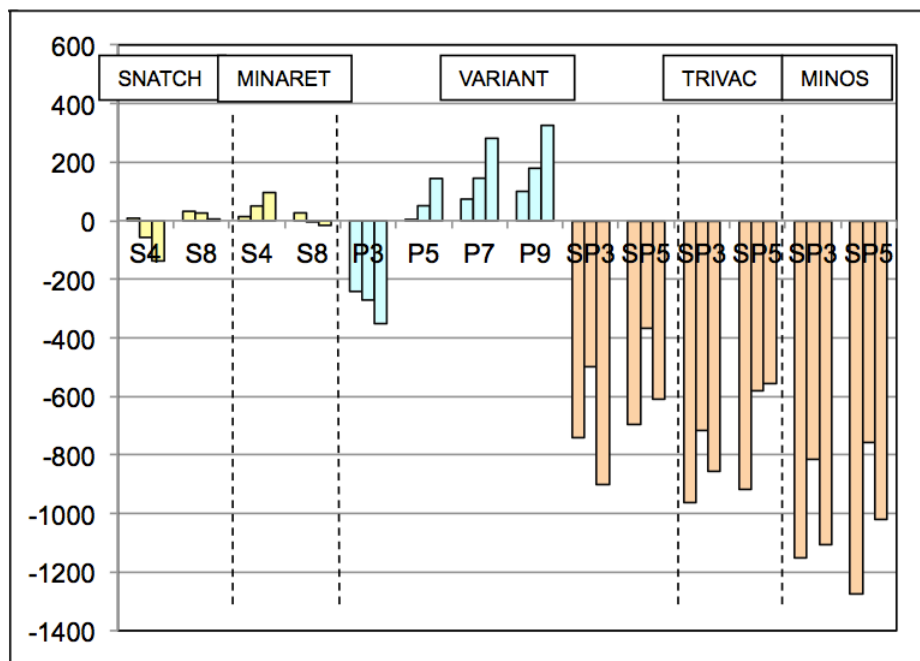
Les valeurs vont fortement varier selon la position des barres et la présence ou non de sodium dans le plénum. Les solveurs ont globalement le même comportement que pour le benchmark Takeda, avec des amplitudes d'écarts encore plus élevées dans le cas plénum vide. La référence TRIPOLI pour les 6 cas de ce benchmark est la suivante :

Tableau 4.2 Valeurs de référence TRIPOLI pour le benchmark Vidange

	Plénum plein	Plénum vidangé
Cas 1 : barres retirées	1,09427	1,08151
Cas 2 : barres semi-insérées	0,98175	0,97791
Cas 3 : barres insérées	0,87825	0,87094

Les deux graphiques suivants donnent les écarts des  $k_{eff}$  calculés par les différents solveurs par rapport à la référence TRIPOLI. Les triplets de barres correspondent aux trois cas de barre de contrôle.

Les méthodes  $SP_N$  sont mal adaptées pour le calcul de l'effet de vidange (écarts de 400 à 1300 pcm). Les calculs  $P_N$  s'écartent ici encore de la référence, et les méthodes  $S_N$  sont les plus précises (écarts inférieurs à 200 pcm en S4, et à 30 pcm en S8).

Figure 4.7  $k_{eff}$  benchmark Vidange, plenum pleinFigure 4.8  $k_{eff}$  benchmark Vidange, plenum vide

### 4.3.2 Nappes de flux

Les diagrammes ci-dessous obtenus avec MINARET représentent une coupe axiale du réacteur, et les flux pour chaque groupe d'énergie. Des coupes radiales pour chaque groupe d'énergie peuvent être trouvées dans l'annexe H. Ces graphiques ont été obtenus en S8 *DGLP\_11*, et des mailles axiales de 15 cm.

#### Plénum plein

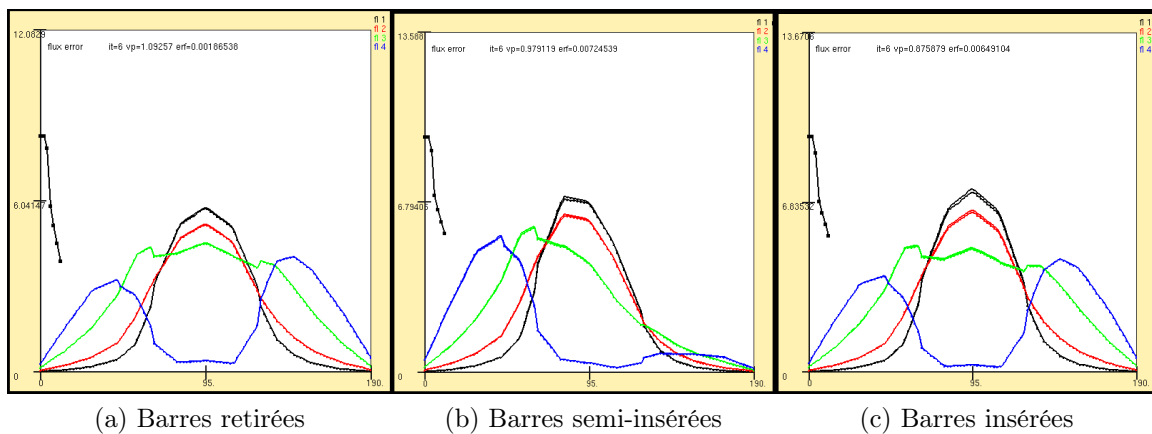


Figure 4.9 Nappes de flux en coupe axiale avec MINARET, plénum plein

#### Plénum vide

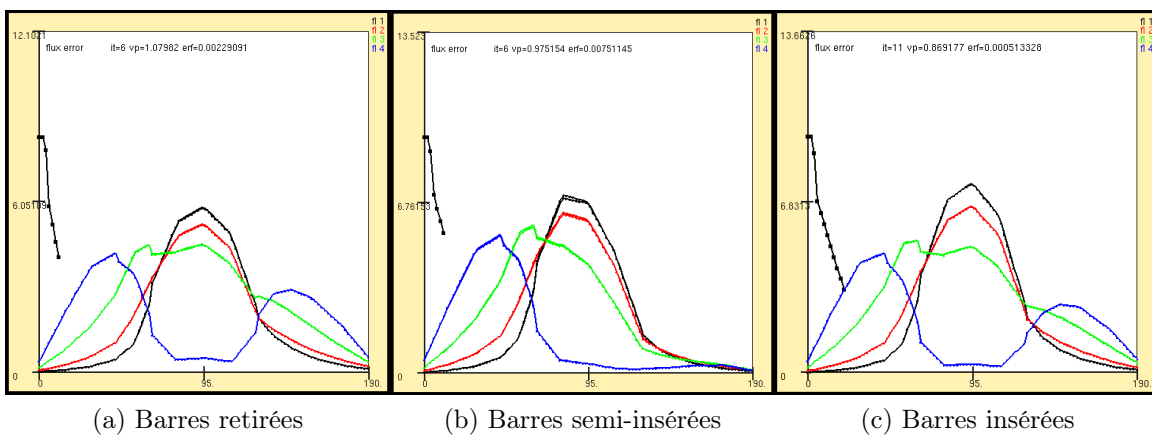


Figure 4.10 Nappes de flux en coupe axiale avec MINARET, plénum vidangé

Le code couleur est le même que pour le benchmark Takeda. Là encore, l'insertion de la barre de contrôle affaisse les flux au sommet du réacteur, créant une configuration très hétérogène. Cette fois-ci, le flux n'est pas symétrique axialement, car les milieux ne sont pas identiques au-dessus et au-dessous de la zone combustible. Notamment, en configuration plénum vidangé, le déséquilibre du flux se retrouve sur les trois cas. Cela explique en partie la difficulté des solveurs à simuler ces cas.

### 4.3.3 Effet de vidange

L'effet de vidange permet de voir l'impact de la vidange du plénum sodium sur la valeur du  $k_{eff}$ , autrement dit sur le comportement du réacteur. La formule utilisée est la suivante :

$$\Delta\rho_{Na} = \left( \frac{1}{k_{eff}^{plein}} - \frac{1}{k_{eff}^{vide}} \right) \cdot 10^5 [pcm] \quad (4.6)$$

Deux aspects sont à observer pour cette étude : d'abord calculer l'effet de vidange pour chacun des cas et s'assurer que les valeurs sont toutes négatives. En effet, un élément crucial du concept CFV est la sûreté de fonctionnement du réacteur, qu'on souhaite garantir par un comportement naturel favorable. Ainsi, dans le cas d'un accident provoquant la vidange du plénum, il est préférable que cet événement provoque une baisse du coefficient de réactivité du réacteur, afin de prévenir le bris du cœur par exemple, ou tout emballement de la réaction en chaîne, qui serait particulièrement dommageable. L'autre point à étudier est la précision des solveurs par rapport à la référence Monte-Carlo, comme il a été fait jusqu'à présent.

Les six cas de ce benchmark donnent tous un effet de vidange négatif, que ce soit avec le code Monte-Carlo TRIPOLI, ou même pour tous les solveurs déterministes. Cela confirme le mécanisme utilisé dans le concept CFV, mais il serait encore nécessaire de faire une validation sur le concept grand cœur. En revanche, tous les solveurs ne sont pas aussi performant sur la précision de leur résultat, et certaines options de calcul sont même disqualifiées. En effet, ce calcul est celui présentant le plus de difficultés pour les solveurs, par la présence d'un milieu vide, couplé éventuellement à des barres de contrôle insérées dans le cœur. Le détail des résultats est donné en annexe G, et le graphique suivant résume les écarts des solveurs déterministes à la référence TRIPOLI, pour chaque cas de barre.

Les méthodes  $SP_N$  sont toutes largement insuffisantes pour calculer l'effet de vidange, car le cas plénum vidangé présente trop de difficultés.

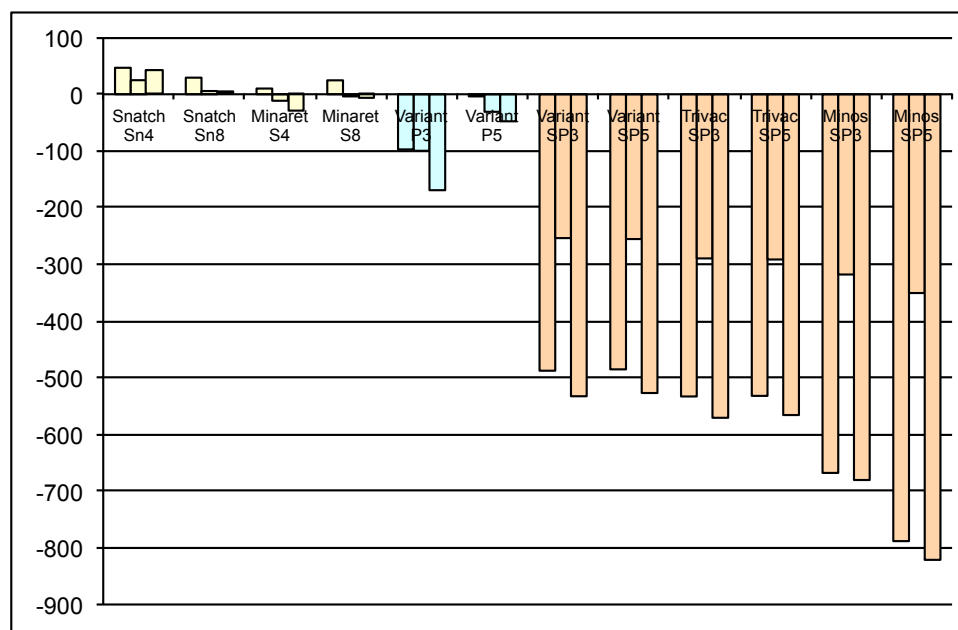


Figure 4.11 Écart sur l'effet de vidange à la référence TRIPOLI en pcm

#### 4.3.4 Temps de calcul

Enfin le dernier élément à présenter est le temps de calcul des solveurs déterministes sur ces six cas. Comme pour le benchmark Takeda, le temps de calcul varie beaucoup selon le cas de barre, mais aussi selon le cas de plénum. Les temps ont été ramenés à des situations comparables pour tous les solveurs. Encore une fois, les solveurs  $S_N$  donnent des temps de calcul plus élevés que les autres solveurs, et sont donc représentés dans un graphique à part.

Les six cas sont disposés de la manière suivante : les trois cas de barre suivent la même logique que pour le benchmark Takeda (le cas 1 correspond au point où se trouve l'étiquette, repéré en gras). Pour les cas de plénum, on a représenté le cas plénum plein par un trait plein, et le cas plénum vidangé par un trait en pointillés. On peut d'ailleurs observer une symétrie entre les cas de barre pour les deux cas de plénum pour certains solveurs.



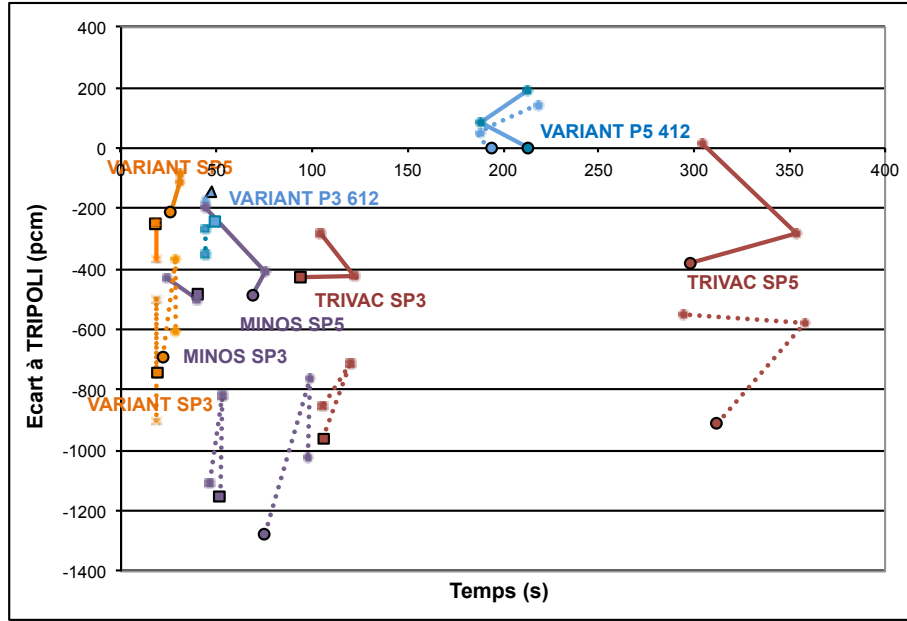


Figure 4.12 Temps de calcul pour le benchmark Vidange

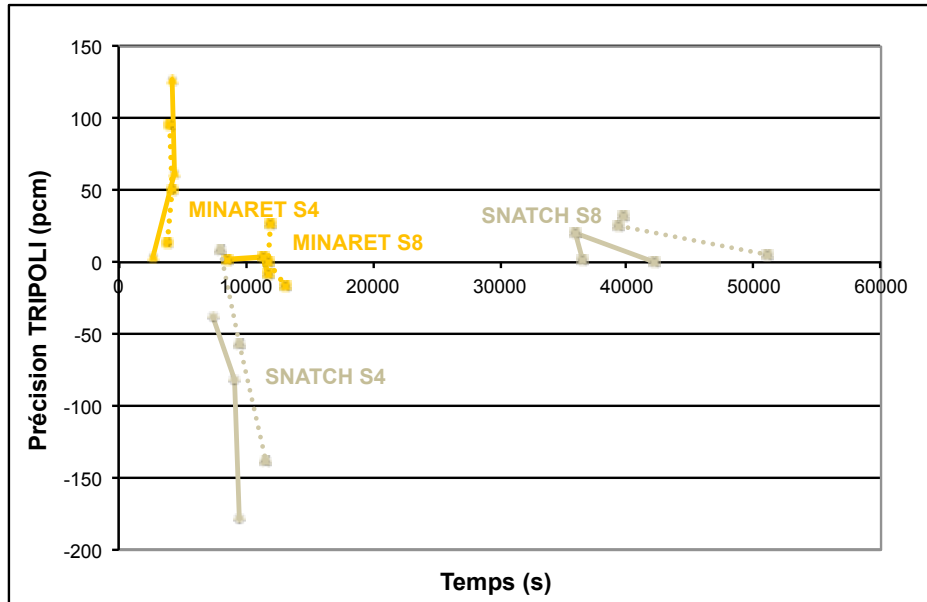


Figure 4.13 Temps de calcul des solveurs  $S_N$  pour le benchmark Vidange

Les méthodes  $S_N$  sont les plus précises, mais aussi les plus coûteuses en temps de calcul. Les résultats  $P_N$  sont plus précis que les  $SP_N$  de même ordre, et dans certains cas plus rapides.

## CHAPITRE 5

### CONCLUSION

#### 5.1 Synthèse des travaux

Les conclusions de cette étude portent sur deux aspects : d'un côté évaluer les effets caractéristiques du concept SFR dans le benchmark Takeda et Vidange, et d'un autre valider le calcul déterministe des effets liés à ces concepts. Il faut cependant garder à l'esprit que les benchmarks qui ont amené ces conclusions sont des petits cœurs, et elles ont donc une validité limitée en ce qui concerne le modèle ASTRID.

Tout d'abord, les différentes simulations donnent toutes un comportement naturel sécuritaire en cas de vidange sodium accidentelle, à savoir un coefficient  $k_{eff}$  négatif. Ce point étant l'un des éléments cruciaux du design, il était important de le retrouver, même dans un petit cœur. L'effet des barres de contrôle est également favorable à un comportement sécuritaire, avec une marge plus ou moins importante selon le cas de plénum. Et de manière générale, sur tous les cas calculés, un matériau semble particulièrement difficile à calculer pour les solveurs : le réflecteur avec modérateur, présentant deux caractéristiques délicates à traiter par les solveurs déterministes. Ce milieu nécessite d'être maillé plus finement pour être correctement calculé, car le spectre neutronique varie très rapidement à mesure qu'il le traverse.

Une autre source d'écart à la référence est le plénum sodium, notamment dans la situation vidangée, car le milieu est alors presque vide, ce qui représente une difficulté pour les solveurs.

En ce qui concerne les solveurs, un compromis entre précision et rapidité doit être fait par l'utilisateur pour choisir l'outil le plus approprié à ses besoins. Sur l'ensemble des cas traités dans cette étude, une tendance se dessine selon le type de méthode numérique :

- les solveurs  $S_N$  offrent la meilleure précision, sur le  $k_{eff}$ , l'effet de barre, l'effet de vidange. En revanche, même en ayant recours à des techniques d'accélération, les temps de calcul sont assez conséquents.
- les solveurs  $SP_N$  sont en général les plus rapides, mais aussi les plus éloignés de la

référence, en particulier pour le calcul de l'effet de vidange où ils se révèlent largement insuffisants. D'autre part, ces solveurs sont très sensibles à l'insertion de la barre de contrôle. La recommandation est donc de les écarter pour le moment du choix de l'utilisateur, s'il souhaite garantir un résultat valide. Des développements futurs pourront éventuellement les rendre plus adaptés.

- le solveur  $P_N$  représente un bon compromis précision/rapidité par rapport aux précédents, à condition de vérifier le problème de convergence axiale présenté par les résultats de cette étude. De plus, la description radiale est limitée.

## 5.2 Limitations de la solution proposée

La limitation majeure des résultats concerne la géométrie étudiée, qui est un petit cœur rapide à géométrie hexagonale. Il serait intéressant de vérifier ces conclusions sur une géométrie gros cœur. D'autres éléments présents dans le concept CFV ne se retrouvent pas dans le benchmark Takeda, notamment la plaque fertile insérée dans la zone combustible, ainsi que l'effet de couronne induit par la couronne externe légèrement plus haute que la zone centrale. Le  $k_{eff}$  obtenu en prenant en compte ces éléments devrait être encore plus négatif.

Une autre piste pour les développements à donner à cette étude serait d'utiliser la composition isotopique des milieux et ainsi générer les sections efficaces microscopiques à partir de la bibliothèque de données JEFF 3.1.1. La partie réseau du calcul pourrait être effectuée en TRIPOLI continu pour la référence, puis condensé à 7 groupes d'énergie par exemple, afin d'enchaîner sur la partie cœur. Ce prolongement pourrait être effectué sur d'autres benchmarks, voire sur le CFV lui-même.

Enfin, les temps de calcul ont été obtenus sur une machine présentant des capacités assez modestes. Le but était de pouvoir comparer ces temps entre eux, en aucun cas de donner les performances optimales des solveurs.

## RÉFÉRENCES

- [1] A-M. BAUDRON and J-J. LAUTARD. MINOS : A Simplified  $P_n$  Solver for Core Calculation. *Nuclear Science and Engineering*, March 2006.
- [2] A-M. BAUDRON and J-J. LAUTARD. Simplified  $P_N$  Transport Core Calculations in the APOLLO3 System. *M&C 2011*, May 2011.
- [3] F. GAUCHÉ. Quatrième génération, le programme ASTRID. In *Commission locale d'information de Cadarache*, December 2010.
- [4] E. GIRARDI. Synthèse des méthodes de résolution numérique de l'équation du transport des neutrons. Technical report, CEA Cadarache, France, 2002.
- [5] A. HÉBERT. *Applied Reactor Physics*. Presses Internationales Polytechnique, April 2010.
- [6] A. HÉBERT. A User Guide for TRIVAC Version4. Technical report, École Polytechnique de Montréal, 2012.
- [7] Los Alamos National Laboratory. Nuclear reactions, may 1998. <http://t2.lanl.gov/nis/tour/sch002.html>.
- [8] E. E. LEWIS and G. PALMIOTTI. Simplified Spherical Harmonics in the Variational Nodal Method. *Nuclear Science and Engineering*, vol. 126 :pp. 48–58, May 1997.
- [9] E.E. LEWIS and W.F. MILLER, Jr. *Computational Methods of Neutron Transport*. American Nuclear Society, 1993.
- [10] G. MIGNOT and N. DEVICTOR. Astrid core, design objectives, design approach, and r&d in support. In *IAEA Technical Meeting on Innovative Fast Reactor Designs with Enhanced Negative Reactivity Feedback Features*, February 2012.
- [11] J-Y. MOLLER and J-J. LAUTARD. MINARET, a Deterministic Neutron Transport Solver for Nuclear Core Calculations. *M&C 2011*, May 2011.
- [12] G. PALMIOTTI, E. E. LEWIS, and C. B. CARRICO. *VARIANT : VARIational Anisotropic Nodal Transport for Multidimensional Cartesian and Hexagonal Geometry Calculation*. Argonne National Laboratory, Reactor Analysis Division, Northwestern University, October 1995.
- [13] J. REPUSSARD. Panorama des filières de réacteurs de génération IV, appréciations en matière de sûreté et de radioprotection. Technical report, IRSN, March 2012.

- [14] B. ROQUE and al. APOLLO3 Roadmap for a new generation of simulation tools devoted to the neutronic core calculation of the ASTRID prototype. Technical report, CEA Cadarache, France, 2013.
- [15] T. TAKEDA and H. IKEDA. *3D Neutron Transport Benchmarks*. University of Osaka, March 1991. OECD/NEA Committee on Reactor Physics.
- [16] F. VARAINE, A.-M. SCHOLER, and al. Pre-conceptual design study of ASTRID core. In *Proceedings of ICAPP '12*, June 2012.

## ANNEXE A

## SYNTHÈSE RÉSULTATS TAKEDA MODÈLE 4

Le tableau suivant regroupe les valeurs finales des différents solveurs pour le benchmark Takeda modèle 4, pour les trois cas de barre.

Tableau A.1 Synthèse des résultats  $k_{eff}$  pour le benchmark Takeda modèle 4

	Cas 1 (barres retirées)		Cas 2 (barres semi-insérées)		Cas 3 (barres insérées)	
	$k_{eff}$	Ecart TRIPOLI (pcm)	$k_{eff}$	Ecart TRIPOLI (pcm)	$k_{eff}$	Ecart TRIPOLI (pcm)
Référence Tripoli	1,09484		0,98323		0,87966	
SNATCH S4	1,09468	-13	0,98238	-89	0,87826	-182
SNATCH S8	1,09518	28	0,98337	14	0,87967	1
MINARET S4	1,09516	27	0,98388	67	0,88067	130
MINARET S8	1,09515	26	0,98330	8	0,87960	-7
VARIANT P3	1,09335	-124	0,98169	-160	0,87833	-173
VARIANT P5	1,09514	25	0,98408	87	0,88116	193
VARIANT SP3	1,09204	-234	0,98122	-209	0,87715	-325
VARIANT SP5	1,09258	-189	0,98250	-76	0,87933	-43
TRIVAC SP3	1,08995	-409	0,97954	-383	0,87780	-241
TRIVAC SP5	1,09050	-363	,98088	-244	0,88008	54
MINOS SP3	1,08997	-408	0,97925	-414	0,87711	-330
MINOS SP5	1,09051	-362	0,98058	-275	0,87903	-81

On donne ici les efficacités de barre correspondantes.

Tableau A.2 Synthèse des efficacités de barre pour le benchmark Takeda modèle 4

	Efficacité barre half	Ecart TRIPOLI (pcm)	Efficacité barre in	Ecart TRIPOLI (pcm)
Référence Tripoli	-0,10367		-0,22342	
SNATCH S4	-0,10443	75	-0,22511	168
SNATCH S8	-0,10381	14	-0,22370	27
MINARET S4	-0,10327	-40	-0,22240	-103
MINARET S8	-0,10386	19	-0,22376	34
VARIANT P3	-0,10403	36	-0,22391	49
VARIANT P5	-0,10305	-62	-0,22174	-168
VARIANT SP3	-0,10343	-25	-0,22434	92
VARIANT SP5	-0,10255	-112	-0,22197	-146
TRIVAC SP3	-0,10341	-26	-0,22171	-171
TRIVAC SP5	-0,10248	-119	-0,21923	-420
MINOS SP3	-0,10374	6	-0,22265	-77
MINOS SP5	-0,10280	-87	-0,22062	-281

## ANNEXE B

### RÉSULTATS VARIANT TAKEDA

#### Résultats $P_N$

Les graphes suivants montrent l'effet de l'ordre de la méthode  $P_N$  ainsi que des paramètres d'approximation spatiaux sur la précision du  $k_{eff}$ , pour les trois cas de barre. C'est à partir de ces données qu'ont été sélectionnés les paramètres de calcul optimaux. Le tableau à la page suivante donne le détail de ces valeurs, ainsi que les temps de calcul associés (pour la plupart). Les préconisations ont été repérées en gris dans les tableaux, et en couleur dans les graphiques. À noter qu'il n'est jamais donné la valeur de  $ns$ , car on prend toujours  $ns = nc+1$ .

Les meilleurs compromis précision/temps de calcul sont donc :  $P3$  612 et  $P5$  412. Les résultats pour  $nc = 0$  ne sont pas représentés dans les graphiques, car ils sont trop éloignés de la référence TRIPOLI.



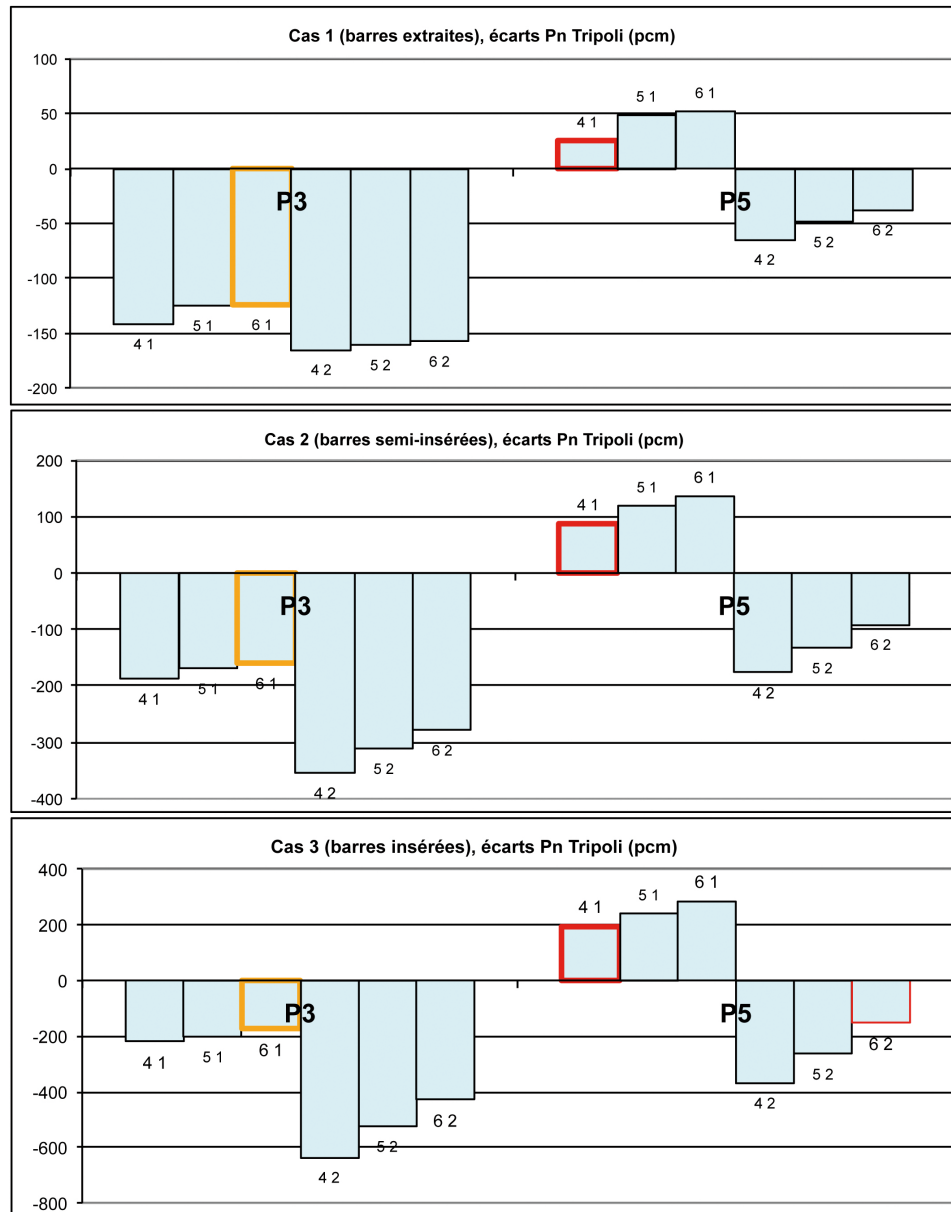


Figure B.1 Écarts  $k_{eff}$  en VARIANT  $P_N$ , pour les trois cas de barre du benchmark Takeda modèle 4

Tableau B.1 Synthèse résultats VARIANT  $P_N$  pour le benchmark Takeda modèle 4

Cas 1 : Barres retirées									
P3	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	P5	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
	4	0	2059	23		4	0	3604	38
		1	-142	54		1	25	207	
		2	-165	147		2	-65	1810	
	5	0	2064	23		5	0	3613	39
		1	-125	49		1	49	175	
		2	-161	129		2	-49	575	
	6	0	2074	23		6	0	3642	39
		1	-124	49		1	52	176	
2		-158	126	2	-38	531			
Cas 2 : Barres semi-insérées									
P3	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	P5	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
	4	0	3334	50		4	0	5570	168
		1	-187			1	87		
		2	-354			2	-176		
	5	0	3354			5	0	5598	
		1	-170			1	119		
		2	-311			2	-133		
	6	0	3381	44		6	0	5658	167
		1	-160			1	136		
2		-279	2		-91				
Cas 3 : Barres insérées									
P3	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	P5	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
	4	0	5347	46		4	0	8528	200
		1	-218			1	193		
		2	-635			2	-368		
	5	0	5389			5	0	8582	
		1	-202			1	240		
		2	-524			2	-264		
	6	0	5450	44		6	0	8697	178
		1	-173			1	284		
2		-427	2		-151				

## Résultats $SP_N$

En  $SP_N$ , le cas  $ns = 0$  donne des résultats relativement proches de la référence, ils sont donc inclus dans le graphique. La configuration optimale est d'ailleurs  $SP5$  601.

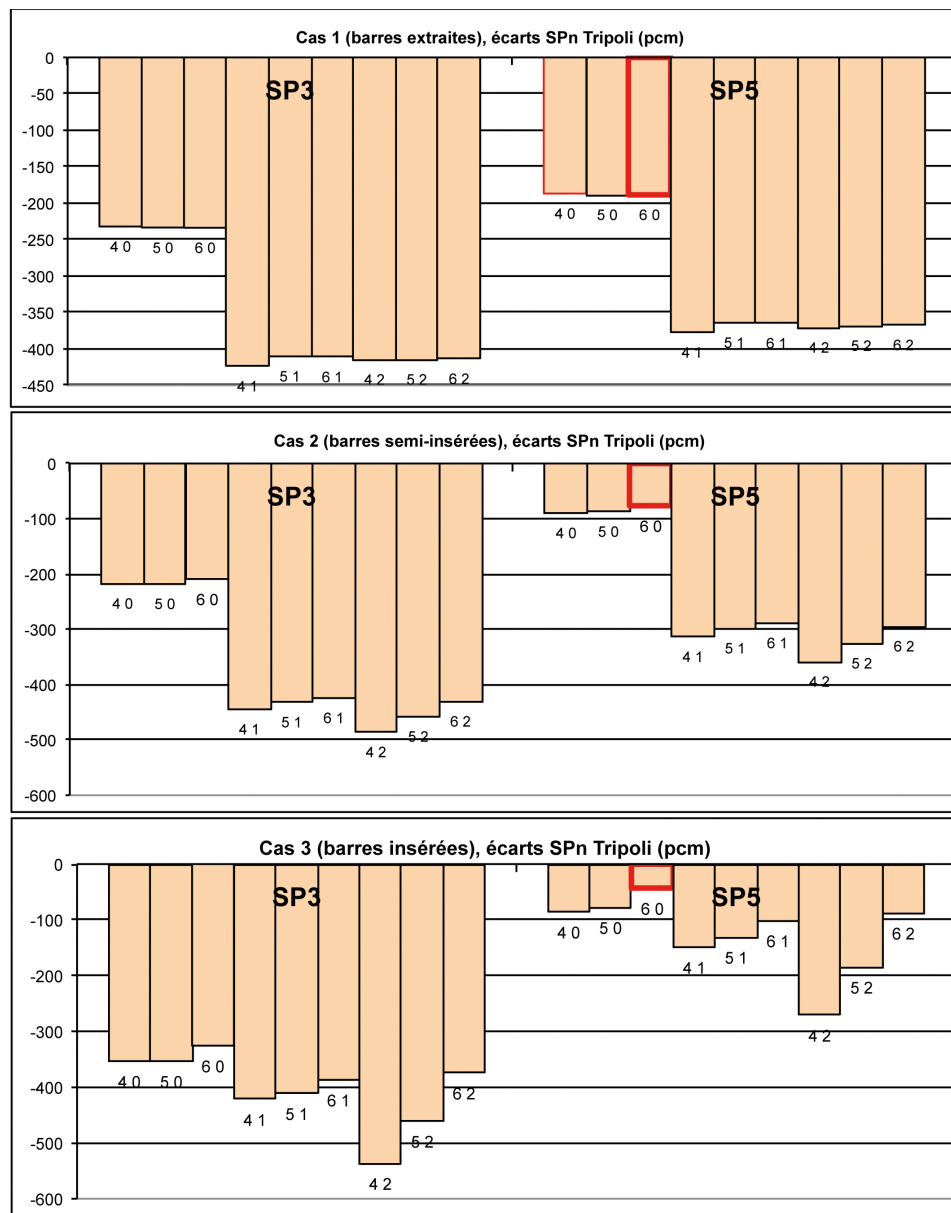


Figure B.2 Écarts  $k_{eff}$  en VARIANT  $SP_N$ , pour les trois cas de barre du benchmark Takeda modèle 4

Tableau B.2 Synthèse résultats VARIANT  $SP_N$  pour le benchmark Takeda modèle 4

Cas 1 : Barres retirées									
P3	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	P5	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
	4	0	-232	19		4	0	-187	20
		1	-424	22			1	-377	28
		2	-414	37			2	-371	59
	5	0	-234	19		5	0	-189	20
		1	-410	22			1	-364	27
		2	-414	34			2	-368	47
	6	0	-234	19		6	0	-189	21
		1	-411	22			1	-365	27
		2	-414	33			2	-367	45
Cas 2 : Barres semi-insérées									
P3	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	P5	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
	4	0	-217			4	0	-90	
		1	-445				1	-314	
		2	-486				2	-358	
	5	0	-218			5	0	-87	
		1	-432				1	-298	
		2	-458				2	-325	
	6	0	-209	19		6	0	-76	20
		1	-424				1	-289	
		2	-430				2	-295	
Cas 3 : Barres insérées									
P3	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	P5	nf	nc	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
	4	0	-353			4	0	-86	
		1	-422				1	-149	
		2	-536				2	-271	
	5	0	-353			5	0	-77	
		1	-411				1	-131	
		2	-461				2	-184	
	6	0	-325	19		6	0	-43	20
		1	-387				1	-101	
		2	-374				2	-87	

## ANNEXE C

## RÉSULTATS TRIVAC TAKEDA

Le tableau suivant donne le détail des valeurs présentées dans les figures 3.13 et 3.14. Les temps de calcul associés sont donnés pour le cas 1, et pour quelques valeurs des autres cas.

Tableau C.1 Raffinement radial TRIVAC pour le benchmark Takeda modèle 4

SP3			SP5		
Cas 1			Cas 1		
ISPLH	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	ISPLH	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
1	-411	129	1	-364	421
2	-414	940	2	-369	
3	-415	2808	3	-369	
Cas 2			Cas 2		
ISPLH	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	ISPLH	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
1	-385	228	1	-245	486
2	-426	1188	2	-289	
3	-427	3367	3	-290	
Cas 3			Cas 3		
ISPLH	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)	ISPLH	Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (s)
1	-241	195	1	54	406
2	-362	972	2	-72	
3	-365	2615	3	-75	

## ANNEXE D

### RÉSULTATS SNATCH TAKEDA

Le tableau suivant donne l'effet de l'OEF et du nombre de directions angulaires sur la précision et la rapidité du calcul. Les graphiques à la page suivante représentent ces données. Les temps de calcul donnés ont été obtenus pour un calcul sur tiers de cœur, avec initialisation 2-2-1, et sur quatre processeurs machine. Les temps ne peuvent donc pas être comparés entre eux, puisque tous les calculs en dessous de 2-1 sont plus lents, et tous les calculs au-dessus de 2-1 sont plus rapides, à cause de l'initialisation. Les valeurs permettent cependant de se faire une première idée du comportement du solveur, ce qui était l'objectif de cette série de calculs :

Cette étude des paramètres de SNATCH a permis de faire une première sélection de paramètres optimaux (Sn 2-4-3) en précision et rapidité (repérés en gris). Par la suite, une étude plus fine autour de ces valeurs a permis de trouver une deuxième sélection (Sn 2-4-2), qui est finalement la recommandation petits cœurs. En effet, les temps de calcul restent assez conséquents, et on ne peut se permettre ce genre de précision que pour un cœur de taille raisonnable. Les résultats pour les S4 (Sn2-2-1) et S8 (Sn2-4-2) finaux peuvent être trouvés dans l'annexe A.

Pour les grands cœurs, la recommandation a été fixée à Sn 2-2-1, pour des raisons de précision et de temps de calcul plus adaptés.

Tableau D.1 Comportement SNATCH pour le benchmark Takeda modèle 4

Cas de barre	OEF	Ordre		Ecart TRIPOLI (pcm)	Temps (min)
		polaire	azimutal		
Cas 1 Barres retirées	1	1	1	-248	2,13
		2	2	-396	4,13
		3	2	-374	5,39
		4	3	-361	9,36
		5	4	-357	14,60
		6	5	-356	20,40
	2	1	1	229	3,70
		2	2	-2	5,44
		3	2	19	7,85
		4	3	31	13,07
		5	4	35	20,08
		6	5	36	28,95
	3	1	1	231	17,70
		2	2	-2	29,12
		3	2	19	40,13
		4	3	31	65,75
		5	4	34	108,06
Cas 2 Barres semi-insérées	1	1	1	-657	2,65
		2	2	-819	4,29
		3	2	-754	6,10
		4	3	-731	10,44
		5	4	-725	16,64
		6	5	-722	23,71
	2	1	1	407	6,15
		2	2	-63	7,67
		3	2	-1	9,48
		4	3	20	15,54
		5	4	25	22,65
		6	5	27	32,18
	3	1	1	450	28,42
		2	2	-39	44,18
		3	2	22	54,02
		4	3	43	87,52
		5	4	49	134,86
		6	5	51	191,20
Cas 3 Barres insérées	1	1	1	-1542	2,88
		2	2	-550	5,05
		3	2	-435	7,22
		4	3	-402	12,53
		5	4	-394	19,75
		6	5	-390	29,00
	2	1	1	-1092	4,56
		2	2	-131	7,50
		3	2	-19	9,12
		4	3	12	15,27
		5	4	19	23,31
		6	5	22	33,58
	3	1	1	-1077	24,02
		2	2	-121	35,63
		3	2	-8	48,45
		4	3	21	81,88
		5	4	29	125,89
		6	5	32	180,35

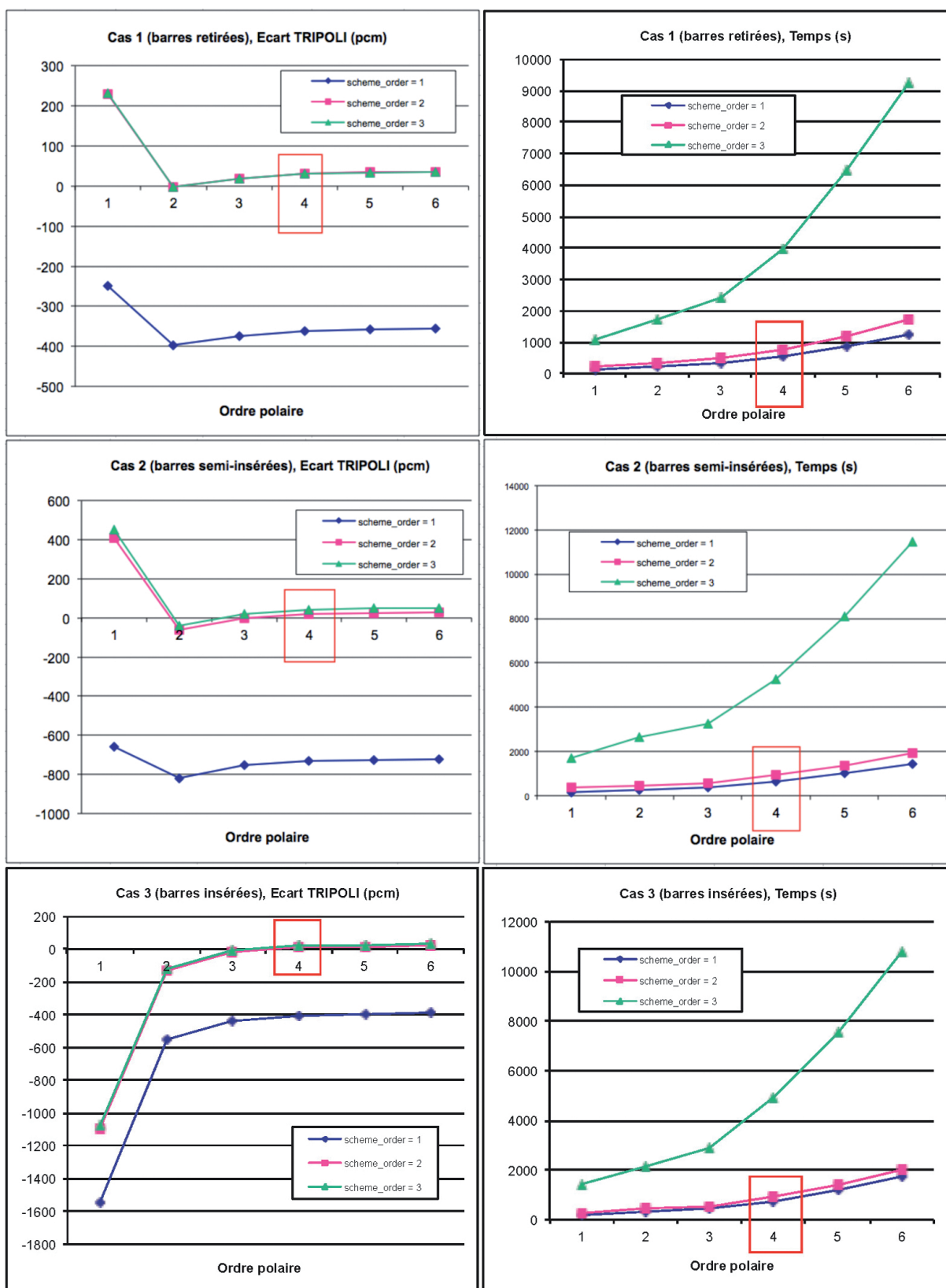


Figure D.1 Effet en précision et temps des paramètres SNATCH, sur le benchmark Takeda modèle 4



## ANNEXE E

## RÉSULTATS MINARET TAKEDA

Les figures suivantes donnent une vue en coupe radiale des nappes de flux, pour chaque groupe d'énergie. Ils sont donnés dans l'ordre, de gauche à droite, de haut en bas. La coupe a été effectuée au centre du cœur, dans une partie inférieure de la Zone Test.

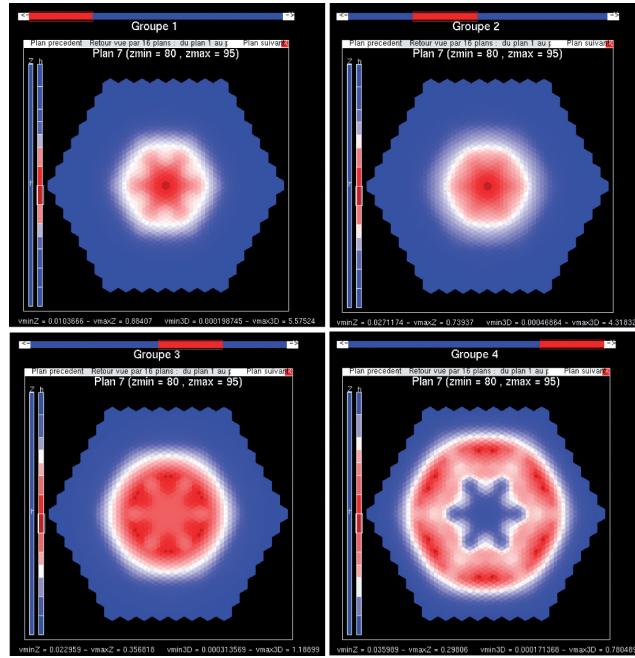


Figure E.1 Nappes Flux Cas 1 Takeda

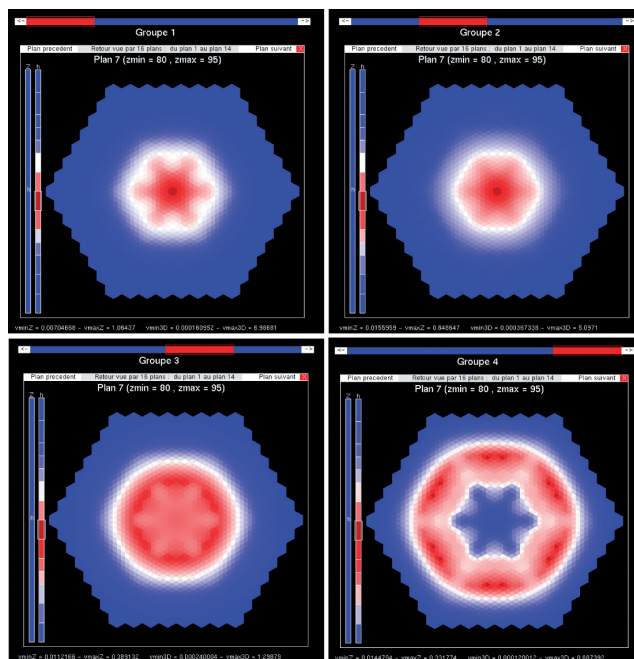


Figure E.2 Nappes Flux Cas 2 Takeda

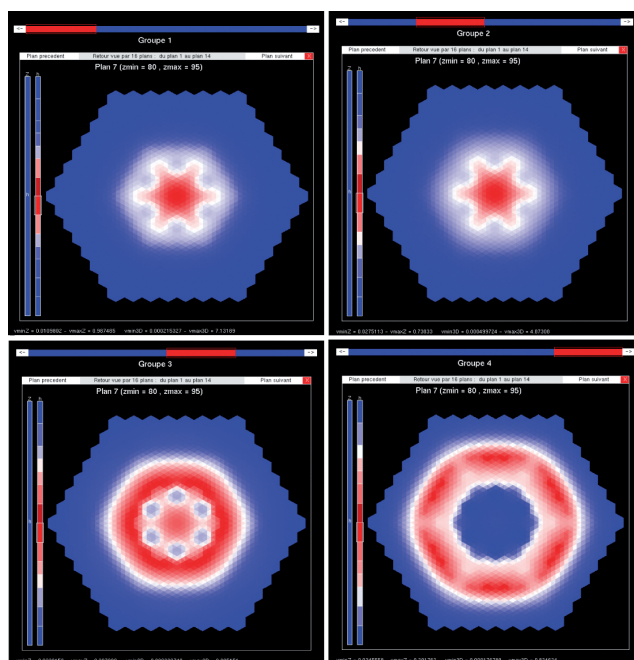


Figure E.3 Nappes Flux Cas 3 Takeda

## ANNEXE F

### SECTIONS EFFICACES BENCHMARK VIDANGE

On donne ici les sections efficaces du benchmark Vidange, obtenues à partir du modèle CFV, en considérant pour l'état plein : 90% de sodium et 10% d'acier, et pour l'état vidangé les 10% d'acier "dilués" dans du vide. Les groupes d'énergie sont ceux du benchmark Takeda :

Groupe	Borne supérieure (eV)	Borne inférieure (eV)
1	1,05000E+07	4,00000E+05
2	4,00000E+05	4,64159E+04
3	4,64159E+04	2,15443E+03
4	2,15443E+03	Thermique

### Plénum Plein

Groupe	Totale	Absorption
1	9,74963E-02	5,55785E-05
2	1,06575E-01	6,30126E-05
3	1,92590E-01	1,37132E-04
4	1,50186E-01	1,55704E-03

### Matrice de Diffusion

Groupe	1→	2→	3→	4→
1	8,89125E-02	0	0	0
2	8,48994E-03	1,02048E-01	0	0
3	3,80783E-05	4,46441E-03	1,87909E-01	0
4	2,05275E-07	6,29998E-09	4,54404E-03	1,48629E-01

**Plénum Vide**

Groupe	Totale	Absorption
1	2,21462E-02	2,81543E-05
2	2,39121E-02	4,01335E-05
3	4,25649E-02	7,44078E-05
4	7,83136E-02	7,10698E-04

**Matrice de Diffusion**

Groupe	1→	2→	3→	4→
1	2,06775E-02	0	0	0
2	1,42680E-03	2,33392E-02	0	0
3	1,37054E-05	5,32757E-04	4,19341E-02	0
4	9,38771E-08	7,95240E-09	5,56355E-04	7,76029E-02

## ANNEXE G

### SYNTHÈSE RÉSULTATS VIDANGE

Le tableau suivant regroupe les valeurs finales des différents solveurs pour le benchmark Vidange, pour les trois cas de barre et les deux cas de plénum. L'effet de vidange est également calculé sur le côté, et comparé à la référence TRIPOLI.

Tableau G.1 Synthèse des résultats  $k_{eff}$  pour le benchmark Vidange

	CAS PLENUM PLEIN		CAS PLENUM VIDE			
Solveur	$k_{eff}$	Ecart TRIPOLI (pcm)	$k_{eff}$	Ecart TRIPOLI (pcm)	Effet vidange (pcm)	Ecart TRIPOLI (pcm)
Cas 1 : Barres retirées						
TRIPOLI	1,09427		1,08151		-1078	
SNATCH S4	1,09381	-38	1,08161	8	-1031	47
SNATCH S8	1,09430	3	1,08188	32	-1049	29
MINARET S4	1,09431	4	1,08167	14	-1068	10
MINARET S8	1,09429	2	1,08182	27	-1053	25
VARIANT P3	1,09254	-144	1,07869	-242	-1175	-97
VARIANT P5	1,09430	3	1,08152	1	-1080	-2
VARIANT SP3	1,09124	-253	1,07291	-741	-1566	-488
VARIANT SP5	1,09177	-209	1,07345	-694	-1563	-485
TRIVAC SP3	1,08916	-429	1,07035	-964	-1614	-536
TRIVAC SP5	1,08971	-382	1,07089	-917	-1612	-535
MINOS SP3	1,08851	-483	1,06821	-1151	-1746	-668
MINOS SP5	1,08848	-486	1,06681	-1274	-1866	-788
Cas 2 : Barres semi-insérées						
TRIPOLI	0,98175		0,97791		-399	
SNATCH S4	0,98096	-82	0,97736	-57	-375	25
SNATCH S8	0,98194	20	0,97816	26	-394	6
MINARET S4	0,98234	62	0,97839	50	-411	-11
MINARET S8	0,98234	4	0,97791	0	-403	-4
VARIANT P3	0,98010	-171	0,97533	-271	-499	-100
VARIANT P5	0,98254	82	0,97840	51	-430	-31
VARIANT SP3	0,97940	-244	0,97317	-498	-653	-254
VARIANT SP5	0,98067	-112	0,97441	-367	-655	-255
TRIVAC SP3	0,97765	-426	0,97109	-718	-691	-292
TRIVAC SP5	0,97899	-287	0,97239	-580	-693	-293
MINOS SP3	0,97696	-499	0,97016	-817	-717	-318
MINOS SP5	0,97783	-408	0,97071	-758	-750	-351
Cas 3 : Barres insérées						
TRIPOLI	0,87825		0,87094		-956	
SNATCH S4	0,87688	-179	0,86990	-138	-915	41
SNATCH S8	0,87826	0	0,87098	5	-951	5
MINARET S4	0,87923	127	0,87167	96	-986	-31
MINARET S8	0,87819	-8	0,87082	-16	-964	-8
VARIANT P3	0,87685	-182	0,86828	-352	-1125	-169
VARIANT P5	0,87973	192	0,87204	144	-1004	-48
VARIANT SP3	0,87543	-367	0,86417	-900	-1489	-533
VARIANT SP5	0,87761	-83	0,86634	-610	-1483	-527
TRIVAC SP3	0,87607	-284	0,86449	-857	-1529	-573
TRIVAC SP5	0,87836	14	0,86675	-555	-1524	-568
MINOS SP3	0,87497	-427	0,86262	-1108	-1636	-680
MINOS SP5	0,87672	-199	0,86327	-1020	-1777	-821

## ANNEXE H

## RÉSULTATS MINARET VIDANGE

## Plénum Plein

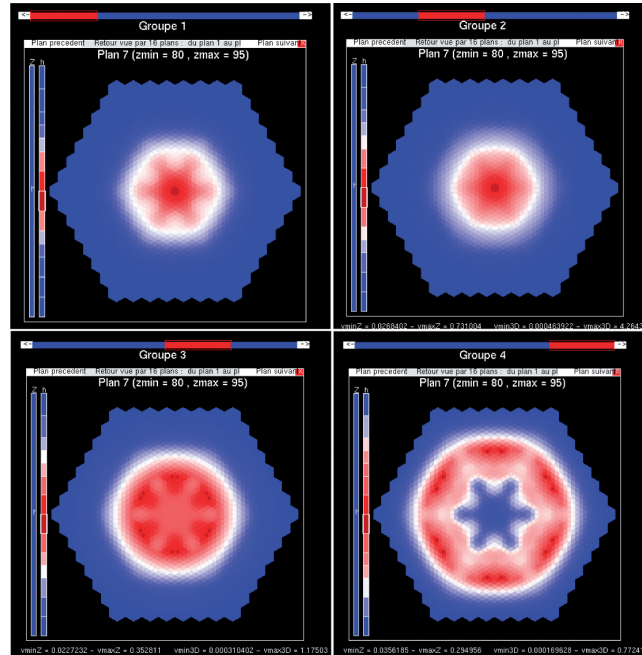


Figure H.1 Nappes Flux Cas 1 Vidange Plénum Plein

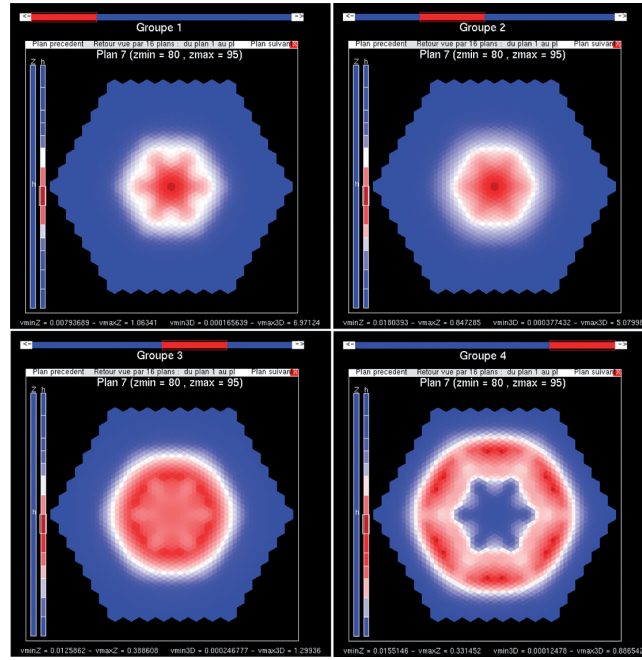


Figure H.2 Nappes Flux Cas 2 Vidange Plénum Plein

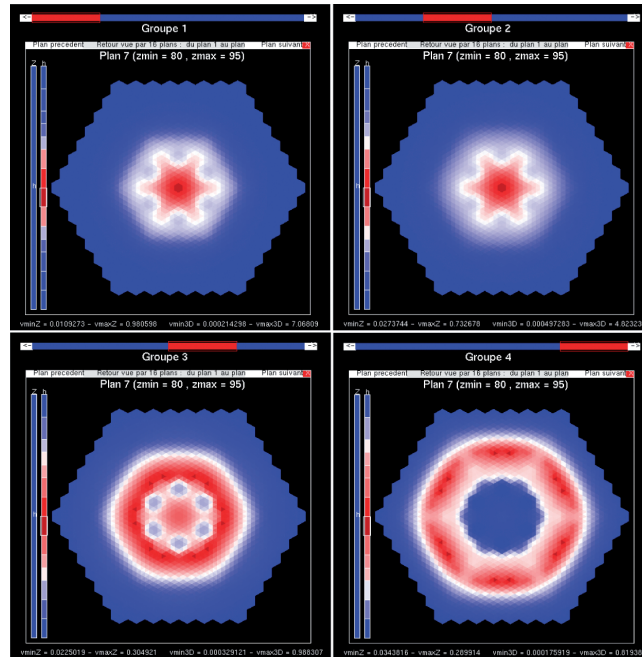


Figure H.3 Nappes Flux Cas 3 Vidange Plénum Plein



## Plénum Vide

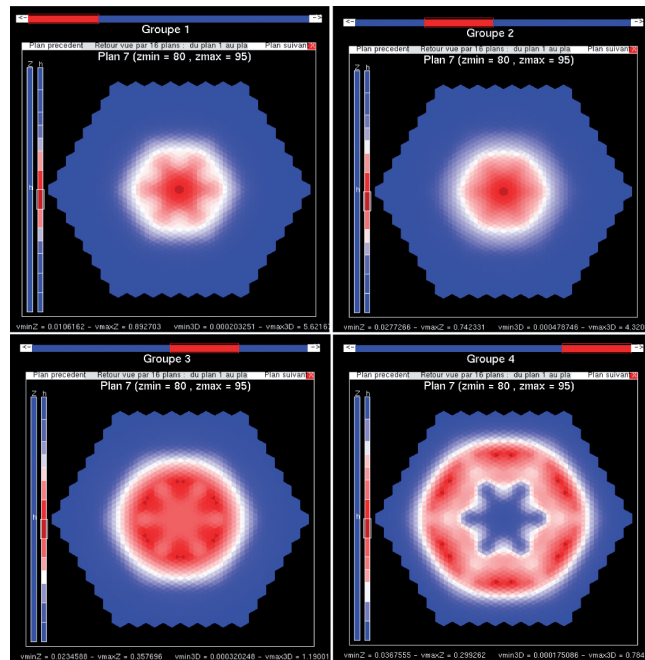


Figure H.4 Nappes Flux Cas 1 Vidange Plénum Vide

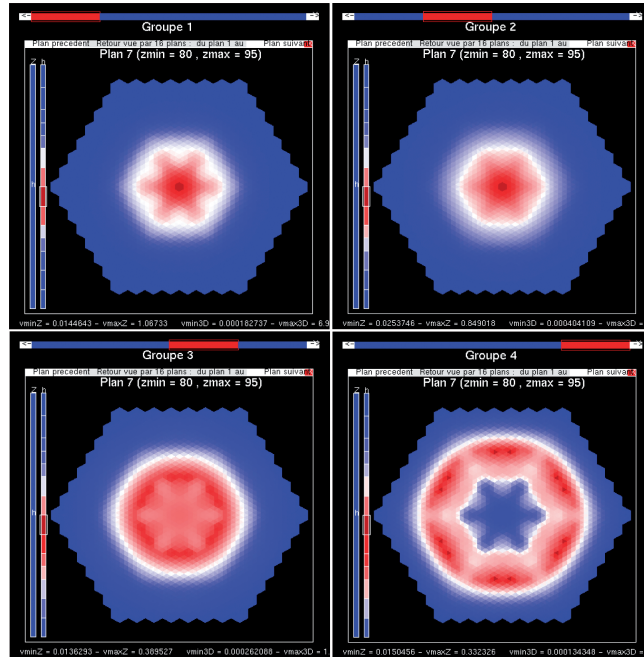


Figure H.5 Nappes Flux Cas 2 Vidange Plénum Vide

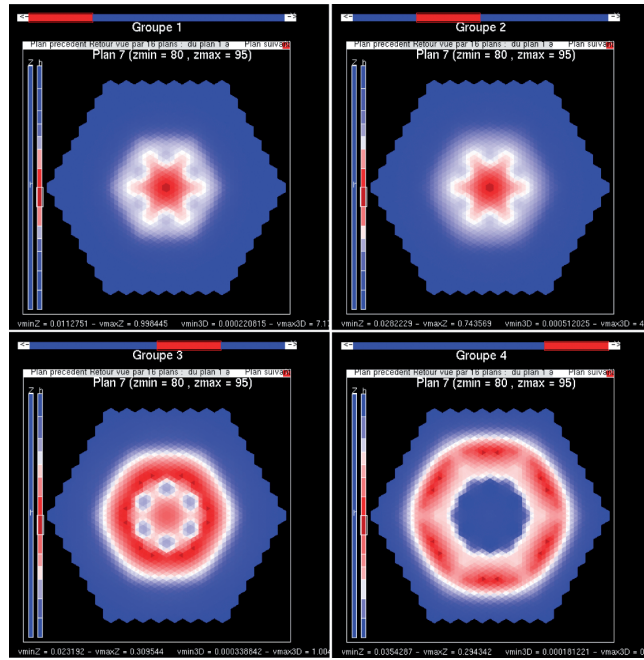


Figure H.6 Nappes Flux Cas 3 Vidange Plénum Vide